
AQUILA NON CAPTAT MUSCAS

DE
MOTV DIVRNO TERRAE.
DISSERTATIO.

PAVLLI FRISII
MEDIOLANENSIS
CONGR. CLER. REG. D. PAVLLI,
IMPERATORIAE PETROPOLITANAE,
ET REGIAE PARISIENSIS SCIENTIARVM
ACADEMIAE
IN PISANO ATHENAEO
ETHICAE, ET METAPHYSICAE
PVBLICI PROFESSORIS

DE

MOTV DIVRNO TERRAE
DISSERTATIO,

QUAE

A Regia Berolinensi Scientiarum Academia
Praemium Philosophis, ac Mathematicis,
primum anno 1754. tum rursus anno
1756, propositum, obtinuit.



PISIS ANNO MDCCLVI.
Ex nova Typographia Io: Paulli Giovannelli,
& Sociorum.

CVM ADPROBATIONE.

STEPHANO · BERTOLINIO ·

AVGVSTISSIMI · CAESARIS ·

IN · REBVS · EQVESTRIS · ORDINIS ·

DIVI · STEPHANI.

ET · PISANAE ·

AC · FLORENTINAE · ACADEMIAE ·

AVDITORI · AMPLISSIMO ·

IVRISPRVDENTIAE · LAVDE ·

ET · OMNI · ERVDITIONIS · GENERE ·

CLARISSIMO ·

HOC · ANIMI · OBSEQVENTISSIMI ·

TESTIMONIVM ·

PAVLLVS · FRISIVS ·

L · M · D · D ·





PRAEFATIO.





Haenomena, quae hoc nostro saeculo, exculta undique, et studiis hominum clarissimorum promota longius Astronomia, Mechanica, et Physica, innotuerunt, non confirmarunt solum elegantissimam, celeberrimamque Magni Galilaei sententiam de motu terrae, sed indicarunt etiam Primarios omnes Planetas, ac secundarios circa communia gravitatum suarum centra in gyrum agi, et eadem centra in Ellipsibus Apollonianis areas semper temporibus proportionales cir-

ca commune centrum gravitatis totius ſyſtematis conſtanti lege deſcribere. In terra ipſa cum fere omnia eodem modo ſe habere debeant, ſive quieſcat, ſive uniformi, & communi motu abripiatur, nonnulla tamen graviſſima detecta ſunt uniformis, et communis motus veſtigia. Primo enim communis motus relativos alios motus non turbat: Atque ideo eſt, quod ſi quieſcente terra perpendiculariter cadere gravia ſibi relicta, et aequabiliter accelerari debent, et parabolam ſuam deſcribere proiecta, et ad ſcopos ſuos pervenire; addito poſtmodum communi motu eadem haberi debent proiectionis, et accelerationis phaenomena. Quod eleganter adeo, ingenioſeque deſumpſit ex navi exemplum incomparabilis Galilaeus, dialogo ſecundo de Mundanis ſyſtematis, rem iis quoque manifeſtam facit, qui Mechanicis legibus expendendis impares ſunt. At vero facta hypotheſi quietis nullo am-

plius

plius modo intelligitur, quod tanto obſervationum diligentiſſimarum apparatu ſaeculo hoc noſtro compertum eſt, terram ſub aequatore eſſe elatiorem, et ab aequatore pergendo directe ad polos corporum pondera, et longitudines pendulorum ad idem tempus vibrantium augeri circiter in duplicata ratione ſinuum latitudinis. Plane, nec eſſe minima ſub aequatore corporum pondera, nec maria omnia ad libellam terrae ibidem exuberantis aequilibrari conſtanter poſſunt, ſine vi aliqua, quae gravitatis effectus minuat ſub aequatore, et aequilibrium altioris fluidi cum humiliori faciat. Nec alia vis poteſt concipi gravitati contraria, et prope aequatorem fortior, niſi quae ex circulari motu corporum omnium circa axem terrae ſeſe volventium oriatur. Hoc ergo creſcentium ponderum, et figurae terreſtris phaenomenon in hypotheſi terrae quieſcentis manet inexplicabile.

At

At longe plura, eaque ſingularia, et praecipua manebunt inexplicata, ſimul ac Aſtronomicas obſervationes, quae tot, et tam accurate aetate hac noſtra ſuppetunt, conſulamus: Variationes innumerae, quas Luna exhibet, velocitatis, diſtantiae a terra, motus horarii, inclinationis orbitae, Apogaei, nodorum, excentricitatis etc: Perturbatio, quae in orbe Saturni, et Iovis, et Satellitum omnium deprehenditur, in coniunctionibus Planetarum cum Sole ſatis ſenſibilis: Progreſſus apheliorum Saturni, Iovis, Martis, Solis, Veneris, et Mercurii, qui annis ſingulis evadit circiter 78″, 57″, 72″, 62″, 86″, 80″ reſpective: Irregularitates motus apogaei ipſius, quibus cum procedat aliquando, aliquando etiam in antecedentia regreditur, ut Saturni apogaeum ab anno 1694. ad annum 1708. fere 33′ retroceſſiſſe Caſſino viſum fuit: Mutatio interſectionum, quas ſingulorum pla-

neta-

netarum orbitae habent cum plano Eclipticae, ſive nodorum motus, quem in Saturno, Iove, Marte, Venere, et Mercurio ſtatuunt Aſtronomi pro quovis anno 62″, 14″, 37″, 46″, 85″. Inextricabilis etiam redditur cometarum motus, qui citra hypotheſim terrae quieſcentis facile adeo, et feliciter revocari ſolet ad calculum, ut non minus obſervationes, et calculi interſe conveniant, quam planetarum motus congruat cum eorum theoriis. Id in Cometa anni 1680. oſtendit Newtonus, in iis annorum 1706, 1707, 1744, 1748, Cl. Walmesley, et in aliis Cometis alii.

Veniamus ad Stellas fixas. Eae cum, parallaxim ſenſibilem habeant, nullam, longiſſime a nobis diſſitae debent eſſe, ut diſtantia terrae a Sole prae fixarum diſtantia evaneſcat, nec ſit ſenſibilis, quemadmodum fert prop. 66. Aſtronomiae Phyſicae, et Geometricae Davidis Gregorii. Quo iam apparens fixarum moles, et ab

ipſis recepta lux, Poli altitudo, et directio, conſtellationum poſitio relate ad terram, et alia huius generis phaenomena eadem omnino eſſe debent, ſive moveatur terra, ſive in univerſi centro quieſcat: Vt mihi aeque erraſſe videantur ii, qui diverſitatem phaenomenorum aliquam contendebant fore in hypoteſi terrae motae, et quieſcentis, quique aliquam propriis obſervationibus deprehendiſſe ſibi viſi ſunt Hookius, Flamſtedius, Horrebovius etc. Nihilominus tamen qui terram in univerſi centro volunt quieſcere, plane debent admittere ſtellas fixas ab Occidente in Orientem ſingulis annis 50″, aut, quod accuratius putat Abbas clariſſimus de la Caille, $50.\frac{1}{2}''$ in circulis Eclipticae parallellis moveri. Deinde alium a Borea ad Auſtrum motum habere, quo in una revolutione nodorum Lunae, annis ſcilicet 18., & 7. menſibus, 18″ circiter nutent: Demum
quo-

quovis anno ellipticam curvam describere, tanto quidem magis, aut minus accedentem ad circulum, quanto propiores Eclipticae, aut remotiores sunt stellae fixae. Horum motuum prior est, qui Tonicus, praecessionisque aequinoctiorum dicitur. Alter, qui nutationis axis vocatur, continuatis 20 annorum observationibus a Cl. Bradleyo in Anglia detectus est, & in litteris, die 31 Decembris anni 1747. ad D. Macclesfield datis, accuratissime descriptus. Tertius, qui aberrationis lucis communiter nomen obtinet, ab eodem Bradleyo in 20 stellis fixis deprehensus est, et in 19 aliis recognitus a Manfredio, ac rite erutus ex differentia temporis appulsuum duarum quarumcumque fixarum ad Meridianum, quae diversis anni temporibus diversa est. Tres ii motus, si veri, et reales sint, quomodo cum diurno motu ab Oriente Occidentem versus concepto componi possint, minime intelligo.

Iam

Iam vero ſi ad immenſam illam diſtantiam quieſcentibus ſtellis fixis, terra circa Solem movetur, motus, qui tertio loco exponebatur, apparentiae haberi debent. Nimirum ſi terra in orbe magno, ex B in D progrediatur, *fig.* 1. et ſtella quaepiam ſit in S, quo temporis momento oculus pervenit ad punctum A, ſtella videbitur in directione AR, quae quidem et exiſtet in plano per BDS ducto, et declinabit a recta AS ex parte D ea lege, ut ſinus anguli RAD ſit ad ſinum aberrationis SAR in ea ratione, quam habet celeritas luminis ad celeritatem oculi, & terrae, nec inſenſibilis aberratio umquam fiet, niſi prae oculi celeritate infinita ſit celeritas luminis. Quare ſi ſit finita proportio utriuſque celeritatis, & terra ellipſim ſuam circa Solem deſcribat, ſtella unius anni ſpatio deſcribere ellipſim aliam videbitur, cuius maior axis parallellus erit Eclipticae, minor circulo latitudinis congruet, & maior

ad

ad minorem ſe habebit ut radius ad ſinum latitudinis ipſius ſtellae. Id nitide explicavit demore ſuo Euſtachius Manfredius in epiſtola ad Leprottum data, quae tomo primo Commentariorum Bononienſis Scientiarum Academiae legitur. Eſſe autem finitam velocitatis terrae circa Solem, & lucis proportionem oſtenditur Roemerianis obſervationibus, quibus ex primi, & intimi Iovis Satellitis immerſionibus, emerſionibuſque ex umbra abſoluta lucis velocitas determinatur: Nam quamvis difficultates plures circa eas moverit Maraldus in Monumentis Regiae Pariſienſis Scientiarum Academiae anni 1707., quia in tribus aliis Satellitibus non obſervantur eadem phaenomena, & in primo etiam differentia temporis viſae, & verae, ſive ex tabulis erutae eclipſeos diverſae Iovis a Terra, & Sole diſtantiis non reſpondet; optime tamen animadvertit Boſcovichius, parte prima diſſertationis de lumine, in

ſin-

ſingulis Satellitibus plures irregularitates motus haberi, quae aliquando quidem ſe deſtruunt, plerumque vero ſenſibilem errorem pariunt. Error omnis in primo Satellite eſt minor, maior in aliis, & is plane, qui non niſi longa obſervationum ſerie poſſit determinari. Hanc obſervationum ſeriem dedit Halleyus in Tranſactionibus Philoſophicis anni 1694. numero 214., & in Tranſactionibus anni 1719. numero 361. Ioannes Poundius. Ex iis eruitur eadem temporis varietas in ſingulorum Satellitum immerſionibus, emerſionibuſque ex umbra habere locum, & reſpondere diſtantiis Iovis a Sole, & Terra.

Quod ſi inſuper P, *fig.* 2. ſit locus medius poli Aequatoris, & circa E polum verum Eclipticae intelligatur uniformiter regredi $50\frac{1''}{2}$ annis ſingulis, & circulum PSRQ annis 25663. & 4. circiter menſibus deſcribere; apparens motus fixarum

omnium

omnium orietur, quo in circulis Eclipticae parallellis 50 $\frac{1''}{2}$ anno quovis ab Occidente in Orientem progredi videbuntur. Motus etiam alterius apparentia ſervabitur, ſi centro P, & radio PA, qui 9″ circuli unius maximi exaequet, deſignetur circulus ABCD, intelligaturque is a vero aequatoris Polo motu retrogrado, & motui nodorum Lunae analogo ſic deſcribi, ut ſi PF ſit colurus ſolſtitiorum, PL vero colurus Aequinoctiorum, polus ipſe ſit in A quando nodus aſcendens Lunae eſt in primis Arietis punctis L, & in B ſit quando ad prima Capricorni puncta H pervenit, atque ita in C, & D reperiatur Polus delato nodo ad prima puncta Librae, & Cancri G, & F. Hac Machinius, & Bradleyus hypotheſi deprehenderunt obſervationibus ſatisfieri, ad 2″ vix pertingente diſsenſu obſervationum, atque hypotheſeos. Addidit quoque in iam ci-

tata Epiſtola Bradleyus rem melius cedere ſi circulo ABCD ellipſis conica ſubſtituatur, cuius axes AC, BD ſint proxime 18″, & 16″.

Iam vero ſtatuamus corpora Vniverſi huius omnia gravitare in ſe mutuo vi, quae quantitati materiae gravitantium corporum, & corporum, in quae ſit gravitas, directe, & quadratis diſtantiarum reciproce ſit proportionalis. Difficultates hacce in rebinas Litterariae Italorum Hiſtoriae author, volum. 5. cap. 4. num. 10. oppoſuit: Quod aberratio penduli in radicibus montis Chimboraſi minor prodierit, quam montis ipſius maſſa in ſyſtemate univerſalis, & mutuae gravitatis potuiſſet ferre: Quodque in iugis altiſſimorum Peruviae montium, quae obſervando deprehenſa ſunt decrementa ponderum, aliam rationem videantur ſequi. At Chimboraſum olim fuiſſe ignivomum, & totali ex volumine ipſius maſſam, quae interius patens, atque aperta eſſe debet,

non recte colligi, adnotavit solertissimus Bouguerius. In libella etiam maris, & in radice montis Quito prope Aequatorem, sive, ut nos statuimus, num. 5. cap. 8. dissertationis nostrae de Telluris Figura, & Magnitudine, hexapedis Parisiensibus 3280166 supra telluris centrum, si longitudo penduli secundis singulis oscillantis assumatur linearum 439.21, in distantia hexapedarum 3281632 a centro terrae esse deberet linearum 438. 82. In cacumine autem montis Quito, hexapedis 1466 supra libellam maris, longitudo eiusdem penduli Bouguerio fuit linearum 438. 88. Observationum operosissimarum a theoria gravitatis dissensio minor est, quam ut idcirco theoria improbari debeat.

Ipsa autem posita, cum terra ex circulari motu, quo circa suum centrum fertur, interim dum motu periodico circa centrum gravitatis terrae, & Lunae volvitur, & motu annuo circa Solem, sphaeroidis circa polos

compreſsae formam obtineat, cujus axes ſunt inter ſe ut 229:230, fieri omnino debet, ut Aequatoris polus 50. $\frac{1''}{2}$ regrediendo annis ſingulis circa polum Eclipticae circulum PQRS deſcribat, & in unaquaque nodorum Lunae revolutione deſcribat Ellipſim aliam cujus axes ſint fere 18″, & 16″. Reliquae irregularitates velocitatis, apogaei, excentricitatis, &c. in Luna, Iove, & Saturno, mutuae gravitatis, & terrae motae hypotheſi, tanto explicantur conſenſu theoriae, & obſervationum, ut, quae habentur, minimae diſcrepantiae quibuſdam minimis, qui evitari obſervando non poſſunt, erroribus debeant tribui. Irregularitates Saturni, & Iovis cum ea hypotheſi conciliare Eulerus agreſſus eſt in diſſertatione, quae a Regia Pariſienſi Scientiarum Academia praemium obtinuit. Lunae theoriam exquiſitiſſima ſintheſi exhibuit Newtonus lib. 3. Princip.

Ma-

Mathem. Difficultatem ſummi Geometræ Alembertius, Clairautius, & Eulerus anno 1747 obiecerunt circa annuum motum apogaei Lunae, quem ex receptis gravitatis legibus veri motus dimidium contendebant fore. In Tranſactionibus Philoſophicis anni 1751, & 1752 cenſuit Cl. Murdock ex vi Solis dimidium motus apogaei Lunaris gigni, duplicandumque eſſe illum motum, propter vim conſimilem, qua terram, quatenus cum Luna circa commune gravitatis centrum movetur, ſimiliter afficit: Quo Newtonianam gravitatis theoriam in tuto poſitam eſſe existimavit. At licet motus ille circa commune gravitatis centrum conceptus nuperrimis Cl. De la Caille obſervationibus ſatis reſpondeat, non ſequitur tamen idcirco, duplicandum eſſe Apogaei motum.

Gravitatis legem immutandam eſſe voluit Clairautius, & pluribus adverſus Buffonium diſputavit. Vi-

deantur Commentaria Parisiensis Scientiarum Academiae anni 1745. Animadvertit autem ingeniosissimus Walmesley, in aureo opusculo de motu apsidum, legem illam, quae caeteris naturae phaenomenis satisfacit, cum hoc etiam quadrare, nec apogaei Lunaris motum iusto dimidium prodire, nisi in hypothesi, quam minus recte Clairautius retinuerat, quod scilicet Luna in Ellipsi circa umbilicum mobili feratur. Et plane, ut ait ipse, *il seroit étonnant, qu'un principe établi sur un si marveilleux accord avec tous les autres Phénomènes pût se démentir dans ce seul cas: d'autant plus que, si cette découverte a lieu, on ne peut se dispenser d'accuser M. Newton, & M. Machin d'une erreur trop grossiére pour être imputée à d'aussi grands Hommes; car ces Géometres ont tous les deux calculé le mouvement de l'Apogée, de la Lune, & quoiqu'ils ayent supprimé leurs calculs,*

culs, néanmoins le résultat qu'ils en donnent est d'accord avec les observations. Ipse igitur triplici methodo solutionem problematis aggressus, motum annuum apogaei Lunae invenit 3° 4′ 7″, quod observationibus satis respondet, & quocum alii etiam Geometrae perspicacissimi, atque ingenui convenere. Cæteras postmodum, quae in Lunae motu occurrunt, irregularitates ad certas mensuras revocans, &, quas Newtonus attigerat, nitidissime exposuit, & quas Newtonus sine demonstratione exhibuerat, demonstravit, & plures insuper tradidit, quas vir summus, non memoraverat. Quae cum breviter, & sinthetice praestiterit, non solum Lunae theoriam absolutam reddidit, sed plane ostendit calculos illos, quibus adeo nunc temporis nonnulli indulgent, confundendis magis, intricandisque problematis esse idoneos, quam resolvendis.

Theoriam mecum per litteras humanissime communicavit, & partim etiam obtulit Regiae Londinensi Societati. Ego vicissim solutionem meam problematum praecessionis Aequinoctiorum, nutationisque axis Terrae, & alterius, quod nemo hucusque attigit, diversae inclinationis Eclipticae, & Aequatoris ad eum misi. Quam cum benigne excepisset, monuit ut alias etiam irregularitates, quae in motu diurno terrae oriri possunt, persequerer diligenter, ac data opera inquirerem utrum tempus revolutionis totius circa centrum alterationem aliquam subeat. Animadverti autem Physicas, & Astronomicas observationes hacce in re nullas suppetere, nec ullis etiam observationibus Physicis, aut Astronomicis quaestionem implicatissimam posse dirimi. Vbi enim ex. gr. maior, aut minor successive deprehenderetur numerus oscillationum una syderea die ab eo-

dem

dem pendulo abſolutarum, non magis id quantitatem diurni motus totius terrae, quam gravitatem terreſtrium corporum minorem ſucceſſive, aut maiorem fieri oſtenderet. Vbi non totidem diebus modo definiretur planetarum omnium periodus circa Solem, ac olim definitum fuiſſe exploratum eſt, id variabilitatis etiam ipſius periodi ſuſpicionem poſſet ingerere. Idem de quibuslibet aliis obſervationibus dictum eſto. Quare animum ſubiit hocce in negotio naturae, & motuum leges dumtaxat eſſe expendendas. Inveni autem neque ex compoſitione motus diurni, & annui, neque ex actione Solis, & Lunae in Terram, neque ex terreſtrium corporum impulſu, ac vi, neque ex aetherei medii reſiſtentia viciſſitudinem haberi aliquam rapiditatis, qua terra circa ſuum axem quotidie volvitur.

Plura etiam circa irregularitates, quas in annuo motu terrae aliorum

Pla-

Planetarum actio debet gignere, elucubravi. Quae ad motum diurnum pertinent Lectori optimo sistere, & publici iuris facere primum volui.



DE



DE MOTV DIVRNO TERRAE.

CAPVT PRIMVM.

De compositione motus diurni, & annui.



SI corpus aliquod B A, fig. 3. & 4., ita urgeatur, ut uniuscuiusque puncti S, T velocitas proportionalis sit perpendicularibus S N, T O ad rectam quamlibet E H terminatis; erecta ex centro gravitatis C perpendiculari C M, ductaque recta G F rectae B A parallella, punctorum S, & T velocitas erit C M — Q N, & C M + P O. Quo dato unumquodque punctum duplicem habebit vim. Altera erit communis cum centro C, & tendet ad eamdem partem. Altera ad partes contrarias hinc inde tendet, & proportionalis erit distantiae ab ipso centro. Quoniam igitur gravitatis centrum ea cum velocitate, quam semel concipit, progredi in directum debet, vis prior directum motum cum gra-

gravitatis centro particulis ſingulis communem gignet: Altera vero contrarium hinc inde motum, proportionalem diſtantiae ab eodem centro, & circularem imprimet. Ita corpus ut ſupra impulſum duplicem ſortietur motum, directum unum, & alterum circularem, circa gravitatis centrum conceptum.

Plurima exempla proferri in medium, & derivari poſſunt ex iis motibus, in quibus ludere infantes ſolent, Philoſophi autem miram naturae induſtriam, & aeconomiam virium admirantur. Supra immobile planum T, fig. 5., ponatur virga aliqua *a b*, minori aliqua ſui portione *a* R foras prominens, & corpore alio aliquo deorſum verſus impellatur. Ex ſitu *a b* in A B abibit virga, & puncta ſingula *a*, *s*, *b*, arcus ſimiles, *a* A, *s* S, *b* B deſcribendo vires, & velocitates concipient ſecundum directiones tangentium A E, S N, B H, & proportionales diſtantiis a primo oſcillationis puncto R. Quare ubi percutiens corpus ſecundum *av* labatur, ſibi met ipſi relicta virga duplicem motum praeſeferet, proiectilem, & circularem, Id ipſum in trocho fit. Dum enim trochus B F G, fig. *6.*, ea directione motus impellitur, quae extra centrum gravitatis C tranſeat, primo oſcillari incipit circa axem aliquem T H: Tum vero ſingula puncta velocitates concipiunt diſtantiis ab axe motus T H proportionales; atque aliam idcirco habent velocitatem cum gravitatis centro C communem, aliam diſtantiis ab axe figurae F M proportionalem, & hinc inde in contrarias partes tendentem. Itaque gravitatis centrum ea cum velocitate in directum feretur, quatenus

ſal-

ſaltem plani, in quo eſt trochus, & aëris reſiſtentia pati poterunt, atque interim puncta alia circa axem F M circulari motu abripientur. Punctum A, quod velocitatem circulatoriam illi praeciſe aequalem habet, qua centrum gravitatis progreditur, deſcribet in unaquaque revolutione vulgarem Epicycloidem, caetera vero puncta Epicycloides alias, pro varia a centro diſtantia aut correptas, aut oblungatas.

Quod ſi igitur pari ratione planetam G D E F, fig. 7., impulſum fuiſſe intelligamus vi, quae per centrum gravitatis C non tranſierit, duplicem in planeta motum habebimus, proiectionis unum, & alterum vertiginis circa centrum. Determinabitur facile punctum B, cui vis prima applicanda erat, ut ea proiectionis, & rotationis celeritas, quam obſervationes exhibent, prodiret. Statuamus enim A fuiſſe centrum illius primae a planeta conceptae oſcillationis: Erit peripheria ad radium ut ſpatium a centro C in una planetae revolutione percurſum circa Solem ad C A. Tum ſi planeta aut ſphaericam figuram habeat, aut ſphaericae ſatis accedentem, accipiendo ex regulis Hugenianis duas quintas partes tertiae proportionalis ſpatio C A, & planetae radio, pro diſtantia B C obtinebimus duas quintas partes producti ex quadrato radii planetae ipſius in peripheriam, diviſi per radium ductum in ſupradictum ſpatium C A. Ita ſi in terra noſtra aſſumamus mediocrem radium, quem in diſſertatione de Telluris Figura, & Magnitudine determinavimus, Pariſienſium hexapedarum 3273035, & diſtantiam mediocrem a Sole circiter 22000 ſemidiametrorum huius-

mo-

modi, erit tota orbis annui perimeter hexapedarum Pariſienſium fere 452418535910: Quae quoniam diebus naturalibus 365, horis 5, & 48′ 50″, ſeu 31556930″, ut inferius videbimus, abſolvitur, erit ſpatium a centro terrae horis 23, 56′ 4″, ſeu 86164″, una ſcilicet ſyderea die circa Solem confectum hexapedarum 1235297079, C A vero 196606258, hoc eſt fere 60, non diametrorum, ut in Propoſitionibus Mechanico-Dinamicis num. 37. aſſeruerat Bernoullius, ſed ſemidiametrorum terreſtrium. Erit demum C B hexapedarum 21886, ſeu circiter $\frac{1}{150}$ ſemidiametri ipſius, quemadmodum idem Bernoullius citato in loco determinaverat.

Itaque priori vi telluri impreſſa eo in loco duplex in particulis ſingulis motus produci debuit, aut unicus vere motus, & vertiginis ſimul, & proiectionis: Neque enim poteſt eſſe non unicus motus ille, qui unica vi excitatur. Hoc ipſo maior habebitur in ſyſtemate telluris motæ ſimplicitas. Quod ſi excitati motus portioni illi, quæ particulis ſingulis cum gravitatis centro communis obtigit, aliqua acceſſio poſtmodum, aut imminutio fuiſſet facta, non ideo motus circulatorius alterationem aliquam potuiſſet pati: Manſiſſet quippe velocitatis, & relativi motus conſtans, atque eadem in particulis ſingulis proportio. Communis motus accelerationes, retardationeſque in terra perpetuae ſunt. Cum enim terra, aut potius commune centrum gravitatis terrae, & Lunae, circa centrum commune gravitatis terrae, Lunae, & Solis, Ellipſim conicam, & areas tempori proportionales deſcri-

bat

bat conſtanti lege, in maioribus diſtantiis tardius movetur, quam in minoribus, habetque in locis ſingulis velocitatem, quae perpendiculari ab umbilico in tangentem ducta commenſuratur: Quo iam citiſſime circa hybernum ſolſtitium, quando Soli proximius eſt, & circa ſolſtitium aeſtivum tardiſſime feretur. Hoc ipſo totale tempus, quo Sol a Meridiano uno digreſſus ad eumdem apparenti motu revertitur, hyeme majus quam aeſtate erit. Ob inclinationem etiam Eclipticae, & Aequatoris tempus idem evadet maximum circa Aequinoctia, & motus Solis medius cum motu vero non congruet niſi diebus 11 Februarii, 15 Maii, 25 Iulii, & 1 Novembris: Reliquis autem temporibus horologio ad motum medium comparato ſuae aequationes adiiciendae erunt. Eas vocabimus aequationes naturalis, & Solaris diei, non ſydereae, & motus apparentis Solis circa terram, non motus veri, quo una ipſius terrae circa axem revolutio abſolvitur.

Et ſicuti ex varia annui motus combinatione motus circa axem concepti quantitas nec augetur, nec imminuitur; ita neque axis ipſius poſitio variari poteſt. Eſto enim rotationis axis G E, fig. 8., & puncta ſingula proiecta ſint aequabiliter ſecundum lineas parallellas rectae C H a gravitatis centro C percurſae. Tum vero intelligamus imprimi omnibus communem motum ſecundum H *c*. Punctum C deſcribet lineam C *c*, ipſique ductis parallellis lineis G *g*, E *e*, puncta G, E ferentur in *g*, & *e*, & axis G E poſt finem temporis dati in *g e* ſibi met ipſi parallellus invenietur. Fruſtra igitur priores Copernicani ad parallelliſmum

ter-

terrestris axis tuendum peculiarem parallellismi motum cum Copernico admiserunt. Quicumque enim sit communis ille ictus, quocum aut secundum tangentem tellus proiicitur, aut trahitur versus Solem, diurnæ rotationis axis in singulis magni orbis punctis sibi semper parallellus manere debet. Aberrationes parallellismi aliquae ex eo orientur, quod singulae telluris partes relate ad Solem diversimode positae cum sint diversis etiam attrahentibus viribus afficientur, & aliae quidem fortius, aliae debilius in Solem actae nutationem axis exiguam, & regularem gignent. Rem in caelesti physica gravissimam ex suis principiis nitide, & breviter, quam fieri potest, derivemus.

CAPVT II.

De proportione axium Terrae.

FIguram Telluris nostrae in hypothesi partium homogenearum, diurni motus, ac mutuae gravitatis sphaeroidicam esse debere, circa polos compressam, elevatamque circa aequatorem, omnibus certum est. Proportionem axis ad diametrum Aequatoris Newtonus, in prop. 19. lib. 3. Principiorum Mathematicorum, eam statuit, quae est 229: 230. Nec ita ab eadem proportione, ut mihi quidem videtur, discrepant incrementa absolutorum ponderum, & graduum Meridiani, quae ab Aequatore ad polos directe pergendo habentur. Qui Aequatorem intersecat Meridiani terrestris gradus ex Cl. Bouguerio est 56753 Parisiensium hexapedarum, & 56749 ex Domino De la Condamine. Ex mensuris Trigonometricis D. Goudin Hispani incomparabiles Iuan, & Ulloa propositum gradum statuerunt hexapedarum 56746. Ipsi autem esse voluerunt 56767. Quare coniectis in unam summam mensuris omnibus, ac per 4 divisis, censeri poterit primus Meridiani gradus Parisiensium hexapedarum 56754. In latitudine Boreali 66° 20′ Cl. Maupertuis, sociique alii praeclarissimi ex sex triangulorum seriebus probe inter se congruentibus Meridiani gradum definierunt hexapedarum 57437. 9, & correctione refractionis cum Bouguerio addita 57421. 9, reductisque ad libellam maris mensuris, quod omnino faciendum esse cap. I. dissertationis no-

ſtrae de Figura Terrae monuimus, hexapedarum circiter 57400. Quatuor aliae triangulorum ſeries eumdem gradum exhiberent 57370 hexapedarum. Ex probabilitatum igitur regulis differentia omni hexapedarum 30 diviſa in ratione 6: 4, ex 10 triangulorum ſeriebus aſſumi poterit gradus ille hexapedarum 57388. Rurſus poſterior Maupertuiſii ſeries gradum exhibet 57350. Simili igitur modo differentiam 38 dividendo in ratione 10 : 1, ex omnibus iis ſeriebus rite inter ſe pro gradu ſuae probabilitatis compoſitis eruetur gradus $57384\frac{1}{2}$ hexapedarum.

Iam vero ſi primus Meridiani gradus vocetur F, & E gradus quicumque alter in latitudine, cuius ſinus ſit S, erit iuxta formulam Maupertuiſii ſemiaxis terrae, & ſemidiametri Aequatoris differentia $D = \frac{E - F}{3ES^2}$: Adeoque in caſu hoc noſtro ſubſtitutionibus factis prodibit

$$D = \frac{57384\frac{1}{2} - 56754}{\frac{3 \cdot 57384\frac{1}{2} \cdot 83886603235369}{100000000000000}} = \frac{1}{229.04}$$, & ſemiaxis idem erit ad ſemidiametrum ut 229: 230, quantum in hiſce rebus deſiderari poteſt accuratiſſime. Quia vero differentiae graduum ab Aequatore pergendo directe ad Polos augeri debent in duplicata ratione ſinuum latitudinis, ex differentia duorum graduum, quorum unus Aequatorem interſecet, & alter iaceat in latitudi-

ne 66° 20′, gradus quicumque alius eruetur. In latitudine 43° 31′ ex. gr. prodiit hexapedarum 57110. Ex Cassini senioris observationibus hexapedarum circiter 57097 eo tutius assumi possset, quo observationes ipsae per longius spatium institutae sunt, ut errores omnes exigui, qui haberi poterant, in sex, & amplius gradus distributi gradus unius mensuram minus alterarent. Vlterius terrestres mensuras ad libellam maris reductas ab eodem Cassino fuisse constat, & in utroque extremo verificatas, magna cum lineis actu dimensis consensione: Et in operationibus caelestibus omnes refractionis, praecessionisque Aequinoctiorum correctiones fuisse adhibitas: Correctione vero alia propter lucis aberrationem, ob habitas iisdem tempestatibus in Septentrionalibus, & Australibus Galliæ locis observationes, opus non fuisse. Novissime a Domino de Thury in latitudine 43° 31′ mensura unius gradus definita est Parisiensium hexapedarum 57048. Differentiam 62, quae non minus theoriam, observationesque inter, quam ipsas inter observationes deprehenditur, longe minorem esse Astronomi, ac Philosophi intelligent, quam ut idcirco theoria improbari debeat, & minor in Octantibus, quam in Polis, & Aequatore censeatur theoriae eiusdem cum Phaenomenis consensio. Accedit in latitudine 43° 32′ parallelli gradum, observationibus Clarissimorum Cassini de Thury, & Abbatis de la Caille, prodiisse hexapedarum 41618: Quae quidem observationes, ut optime animadvertit Bouguerius de Figura Terra Sect. 6. §. 32., *sont d' une autorité d' autant plus grande qu' elles sont absolument*

indépendantes des operations de la Meridienne. Easdem ſatis theoriae congruere, cap. 8. diſſertationis noſtrae de Telluris figura, & magnitudine, indicatum eſt.

Quid erit igitur, quod cum prope Pyrenaeos montes in Galliis tanta Phaenomenorum conſenſio ſit, in Italia noſtra, qui latitudini 43° 1′ reſpondet Meridiani terreſtris gradus hexapedarum 56979 prodierit obſervationibus P.P. Le Maire, & Boſcovich, 124 ſcilicet minor quam ex theoria colligeretur? Ego, cum nolim obſervatorum diligentiſſimorum induſtriam criminari, aut Romanorum inſtrumentorum cum Gallicis comparationem aliquam inſtituere, nihilominus praetereundum non cenſeo, quod ex mutua omnium corporum gravitate in quavis, aut homogeneae, aut hetherogeneae terrae hypotheſi conſequitur, non omnia ſcilicet ſuperficiei terreſtris loca inſtituendis obſervationibus, aeque apta, nec directionem gravium, citra, & ultra maiores montes, aut in ipſis montium verticibus eamdem eſſe. Maximi idcirco facio menſuram gradus, 1200 hexapedis ſupra libellam maris, & prope altiſſimos Peruvianos montes inſtitutam, qui cum in plano Meridiani iaceant, quadrantis filum, ad Boream, aut ad Auſtrum deflectere non poterant. Eodem loco obſervationes alias Lapponienſes, ut ſupra ſaltem emendatas, haberi vellem. Quippe ad metiendam totius arcus amplitudinem poli elevatio in vertice montis *Kittis* ſumpta eſt, ubi nulla aberratio penduli eſſe potuit, atque, ex altero ipſius arcus extremo, Torneae, quae Urbs duas inter montium ſeries conſtituitur. Parallel-

li

li gradus in latitudine 43° 32′ ex Pyrenaeorum montium actione, qui fere arcum parallelli circuli alterius referunt, turbari nequaquam poterat: Nec alia potest intelligi variatio Meridiani gradus, qui in Orientali montium eorumdem termino desinebat. Haec ratio, & causa est, propter quam cum has quatuor observationes inter se satis consentientes videam, mutuae gravitatis, & homogeneae terrae hypothesim in tuto adhuc positam esse censeam.

At vero in Italia nostra, ad definiendam terrestris arcus, duorum circiter graduum, amplitudinem, elevationes poli, citra, & ultra Appenninos montes, Romae, & Arimini sumptae sunt: Qui plane montes, cum attractione sua pendulum utrobique trahendo in contrarias partes interiectum caelestem arcum maiorem faciant, terrestris etiam gradus mensuram breviorem exhibent. Neque ad observationes cum theoria conciliandas aberratione magna opus est. Ubi errorem terrestrium omnium, ac caelestium mensararum, secundis duobus inter se dissentientium, 30, aut 40 hexapedarum admittamus, actionem vero Appenninorum montium statuamus solius Chimborasi actione subduplam fuisse, eam pariter in Italia mensuram gradus habebimus, quae cum caeteris observationibus, & homogeneae terrae hypothesi conveniat. Ob contrariam rationem coniici facile, ac divinari poterat in Australi Africae parte, & circa Promontorium Bonae Spei Meridiani terrestris gradum iusto maiorem, longioremque esse. Nam si omnem differentiam materiae, quae in tota Africa, & amplissimo Oceano Australi est, alicuius

montis prope Aequatorem constituti vices agere intelligamus, in utroque extremo arcus, per Promontorium ipsum transeuntis, quadrantis filum Aequatorem versus aberrare debet, & magis quidem ubi Aequatori est propius. Quo iam in caelo observatus arcus minuetur, & spatium uni gradui respondens in terra augebitur. Discrimen omne satis exiguum est: Cum ex novissimis Domini de la Caille observationibus in latitudine 33° 18′ hexapedarum 57037 Meridiani gradus prodierit, & ex theoria nostra esse debeat hexapedarum 56980.

In latitudine 53°, & 49° 22′ eruitur gradus hexapedarum 57232, & 57186. Ex Norvoodi observationibus gradus prior esse deberet hexapedarum 57300. Eas perlegere hactenus non licuit. Nihilominus tamen, prout a Nevvtono, & Maupertuisio recensentur, non omnino negligendae sunt. En verba Maupertuisii in Praefatione operis de terrestri figura determinanda, editionis Parisiensis, pag. VII. *Nous ne devons pas cependant passer sons silence, une mesure qui fut achevé en Angleterre en 1635, parceque cette mesure paroît avoir été prise avec soin, & avec un fort grand instrument. Norwood observa en deux années différentes, la hauteur du Soleil au Solstice d'été à Londres, & à York, avec un Sextant de plus de 5 pieds de rayon, & trouva la difference de latitude entre ces deux villes, de 2° 28′. Il mesura ensuite la distance entre ces deux villes, observant les angles de détour, les hauteurs des collines & les descentes; & reduisant le tout à l'arc du Méridien, il trouva 9199 chaînes pour la longueur*

gueur de cet arc, qui comparée à la différence en latitude, lui donnoit le degré de 3799 chaînes 5 pieds, ou de 367196 pieds Anglois, qui font 57300 de nos toises. Ex quibus patet immerito ab Authore Historiae Litterariae Norvoodi observationes ut penitus indiligentes habitas fuisse, & nobis, quasi plus iusto Anglis faveremus sentiendo rectius de Norvoodo, fuisse obiectum, reductionis ad Meridianum ab ipso factae, penes Nevvtonum, & Maupertuisium mentionem haberi nullam.

Meridiani gradus in latitudine 49° 22′ ex veteribus Picarti mensuris definiebatur hexapedarum 57060, & iisdem cum Maupertuisio emendatis 56925.7. Ex nova amplitudine, quae post reditum Parisiensium Academicorum ex circulo polari, anno 1739, retentis Trigonometricis Picarti dimensionibus, sumpta est, prodiit 57183, & habita refractionis ratione 57164. Ex nova vero amplitudine, novisque terrestribus mensuris Cassini de Thury, & Abbatis de la Caille, anno 1740, determinata est hexapedarum 57074 $\frac{1}{2}$. Quae tanta observationum varietas Cl. Eulero singulas suspectas reddidit, ut novas propterea in Galliis mensuras desideraverit. Si tamen recentiores Cassini, & Norvoodi veteres mensurae accipiantur prout sunt, illae 111 hexapedis a superiori calculo deficient, hae vero excedent 68, excessusque, ac defectus omnis per binas observationes, quae calculo inter se invicem referebantur, distributus, minorem plane differentiam exhibebit, quam quae minimis quibusdam Astronomicae praxeos erro-

ribus nequeat tribui. Vide ut praeclare adornaverit hoc argumentum Cl. Short in Transactionibus Philosophicis anni 1753.

Congruunt etiam intra paucas centesimas lineae incrementa ponderum, quae ab Aequatore pergendo directe ad Polos experimentis accuratissimis deprehensa sunt: Quod nec ipse Boscovichius diffitetur cap. 1. opusc. 4. de Litteraria expeditione per ditionem Pontificiam, & nos etiam fusius ostendimus in iam citata dissertatione adversus celeberrimum Clairaut. Haec enim habet Geometra ingeniosissimus in introductione ad suam figurae terrestris theoriam pagina XXIX. *Or comme toutes les experiences qu' on a faites sur la longueur du Pendule, nous montrent que la diminution de la pesanteur du Pole à l'Equateur est plus grande que* $\frac{1}{230}$, *on en doit conclure que la différence des Axes est moindre que* $\frac{1}{230}$. Initio etiam secundae partis operis eiusdem addit. *Au reste, comme la longeur du Pendule & les rapport des Axes donnés par M.r Nevvton, ne s'accordent pas avec les Observations, que nous avons faites en Laponie etc.* Capite etiam quinto, ac postremo §. 68, cum suae theoriae compendium referens animadvertat in quavis aut homogeneae, aut hetherogeneae terrae hypothesi, totale ponderis decrementum, a polis ad Aequatorem usque habitum, aut praecise $\frac{1}{230}$, aut maius futurum fore, quam ex duabus sententiis eligat clare innuit verbis sequentibus: *Dans toutes les ob-*

ser-

ſervations, qu'on a faites ſur la peſanteur, ſoit en meſurant actuellement la marche de la même horloge en des lieux dont la Latitude eſt différent; on a toujours trouvé que la diminution de la peſanteur, en allant du Nord au Surd étoit plus grande qu'elle ne feroit, ſi la diminution totale depuis le Pole juſq'à l'Equateur étoit de $\frac{1}{130}$. Ex quo §. 69 collegit axium terreſtrium differentiam una parte ducenteſima trigeſima minorem fore: Cumque contrarium potius ex Gallicis obſervationibus, ac Lapponicis, prout primo referebantur, videatur ſequi, diſcrimen omne in exiguos quoſdam obſervationum errores reïicit, easdemque obſervationes aliquantulum correctas, atque emendatas cum priori theoria conciliat. Haec autem non eo animo recenſuimus ut Geometram praeclariſſimum redargueremus, ſed ut rationem redderemus dumtaxat, propter quam ipſum in diſſertatione primo edita adverſariorum numero adſcripſimus; de quo in Tranſactionibus Philoſophicis anni 1753 viſus eſt conqueri. Modo ad rem noſtram redeamus.

CA-

CAPVT III.

De actione Solis in Terram.

SPhaerodicam, & regularem formam quam proxime cum habeat tellus noſtra, diurni motus celeritatem, quantitatemque pro poſitione quavis Solis, & Lunae eamdem invariabiliter tueri debet. Vbicumque enim ſtatuatur Luminare aliquod, ſi per ipſius centrum, & centrum, ac polos terrae ducatur planum, ſecabitur terra in duas hemiſphaeroides, Orientalem, Occidentalemque, inter ſe aequales, & ſimiles, ſimiliterque relate ad ipſum Luminare poſitas, quaeque in adverſas partes aeque, & ſimiliter impellentur, ut quantum orientalis pars Occidentem verſus urgetur, tantum occidentalis urgeatur Orientem verſus. Ita ex attractionibus mutuis Solis, & Lunae retardari, aut accelerari diurnus motus non poterit. Quod ſi vero per eadem centra ducatur planum, quod axem terreſtrem ſecet, dividetur terra in duas alias hemiſphaeroides, auſtralem, & borealem, inter ſe ſimiles, ſed quae Luminaribus ab Aequatore hinc inde digredientibus diſſimiliter erunt poſitae, & diſſimilibus viribus afficientur. Hac virium diſſimilitudine, & varia poſitione partium, ad Boream, & ad Auſtrum terra inclinabitur, & diurnae revolutionis axem modo huc, modo illuc diriget. Singillatim omnia expendamus.

Sit S centrum Solis, tab. I. fig. 9., centrum Terrae ſit T, & A B D C orbis ab aliquo Pla-

neta P circa Terram deſcriptus. Sumatur S F ad S T in duplicata ratione S T ad S P, & Terrae verſus Solem attractio recta S T exponatur. Exprimet recta S F attractionem Planetae P. Jungatur P T, & ducatur parallella F G. Vis S F in duas alias S G, F G reſolvetur, quarum altera F G gravitati Planetae addetur, & in plano orbitae A B D C aget, adeoque plani locum, & poſitionem non alterabit. Vis etiam prioris S G portio S T aequaliter planetam, & terram trahet, neque ullo modo ipſorum ſitus ad invicem turbare poterit. Supererit portio T G. Ea ut habeatur, ſuper S T erigatur perpendiculum T C, ſecans S F in K. Quia ob ingentem Solis diſtantiam recta S G proxime parallella eſt rectae S F, & ex hypotheſi eſt $SP^2 : ST^2 = ST : SF$, erit $SF = \frac{ST^3}{SP^2} = \frac{ST^3}{\overline{ST-PK}^2} = ST + 2PK$ quam proxime. Adeoque habebitur $KF = 2PK$, & vis tota PF fiet $= 3PK$.

Ponamus iam Planetae orbitam A P C D, fig. 10., cum plano Eclipticae non coincidere, proiectionemque ipſius in eodem plano eſſe M R N, M N lineam nodorum, P R perpendiculum, a puncto P in Eclipticam ductum, R K perpendiculum aliud ductum in lineam Quadraturarum Q q, & S T denique lineam Syzigiarum. Vis ea 3 R K, ſecundum directionem plano Eclipticae parallellam agens, planetam a ſuo plano aliquantulum deflectet, ut, ſi N H ad P T perpendicularis ſit, & ſit *p m* duplum ſpatii, quod planeta impellente eadem vi 3 R K deſcriberet, quo tempore deſcribit arcum P *p*, moveri ipſe, ac transferri debeat a plano P T N in pla-

planum $mPTn$, & interſectio orbitae cum Ecliptica a loco N tranſire in n. In plano eodem $mPTn$ ducatur recta HL rectae mP parallella, et Eclipticam in L ſecans, iungaturque NL: Erit haec parallella ipſi mp, & fiet $Pp : mp = NH : NL$. Eſt autem $ST : SZ = NL : Nn$. Itaque habebitur $Nn = \frac{SZ . NL}{ST} = \frac{SZ . NH . mp}{ST . Pp}$: ſive, quia recta ST datur, &, dato tempore Pp, recta mp eſt ut RK, nodorum motus omnis Nn erit ut RK . NH . SZ, &, nulla habita inclinationis ratione, ut PK . NH . SZ. Sed ubi intelligamus Planetae orbitam variare inclinationem ſuam ad Eclipticam, manente SZ, & MN adeoque etiam NH, motus nodorum erit ut recta RK, ſive ut diſtantia planetae P a plano, quod per quadraturarum lineam Qq tranſit, & eſt Eclipticae perpendiculare. At ea diſtantia RK exprimit vim perturbatricem. Eſt itaque nodorum motus in ratione perturbatricis eiusdem vis.

Iam vero ſi planetae plures moveantur in eodem plano, & diſtantias ſuas a terra, & periodica tempora diverſa habeant, nodorum motus, erroreſque angulares omnes erunt ut ipſa tempora periodica, per Coroll. 16. prop. 66. lib. 1. Principiorum Mathematicorum Newtoni. Itaque ſi dum Luna in plano 5° 8′ circiter ad Eclipticam inclinato, tempore $27^d\ 7^h\ 43'\ 5''$, ſeu 2360585″ revolvitur, alia prope Terram Luna revolveretur in eodem plano, tempore unius diei ſydereae, ſeu 86164″, erit motus annuus nodorum Lunae in orbe circulari ad motum nodorum Lunae hujus fictitiae ut 2360585 : 86164. Eſt autem, per Coroll. 2. prop. 30. lib. 3. Princi-

cipiorum eorumdem, motus mediocris horarius nodorum Lunae in orbe circulari, ubi nodi reperiantur in Quadraturis 16″ 35‴ 16ⁱᵛ 36ᵛ, & motus huius dimidium, ſcilicet 8″ 17‴ 38ⁱᵛ 18ᵛ, eſſet motus mediocris horarius in tali orbe pro quavis nodorum poſitione. Rurſus, ex Machiniano theoremate, *motus ſolis medius a nodo definitur per medium proportionale Geometricum inter motum ipſius ſolis medium, & motum illum mediocrem, quo ſol celerrime recedit a nodo in Quadraturis*. Itaque ſi ad normam theorematis motus medius nodorum Lunae corrigatur, evadet pro quovis anno 19° 39′ 33″, & motus medius annuus fictitiae illius Lunae fiet 2583″ 18‴. Quod ſi alia prope terram fingatur Luna, quae in Aequatoris plano, & eodem periodico tempore revolvatur, erit motus medius annuus prioris fictitiae Lunae ad motum medium annuum Lunae huius, ut coſinus 5° 8′ ad coſinum 23° 28′ 29″, ſive ut 9959892 : 9172339, adeoque fiet 142641‴. Inclinationem Eclipticae, & Aequatoris ſtatuimus 23° 28′ 29″, qualem diligentiſſimi Bononienſes Aſtronomi deprehenderunt.

Si plures Lunae in eodem Aequatoris plano, eodemque periodico tempore revolverentur, ſingillatim acceptae ſingulae, aut ſimul junctae ad ſolidum annulum circa Aequatorem ipſum componendum, motum mediocrem annuum nodorum haberent adhuc 142641‴. Principium hoc, veluti ſatis clarum, ſine demonſtratione aſſumpſerat Newtonus: Alembertius demonſtratione indigere cenſuit. *C' eſt ici*, aiebat ipſe in tractatu de Praeceſſione Aequinoctiorum § 141., *c' eſt ici où il me ſemble que la Theorie de M.* Ne-

Newton commence à n' être plus si bien démontrée. Il doit en effet y avoir de la différence entre le mouvement d' un amas de particules solides, dont l' union doit altérer nécessairement leurs mouvemens réciproques, & une suite de particules fluides qui ne tiennent point les unes aux autres. Il ne me paroît pas vrai que le mouvement de nœuds de plusieurs Lunes, soit le même, que celui d' une seule Lune. Car ce mouvement, ainsi, que la variation de l' inclinaison, est différent selon la position de chaque Lune, de sort que si les Lunes se trouvent toutes pendant un instant dans le même plan, elles cesseront bientôt après d' y être, & que les nœuds de chacune se mouvront séparément; au lieu que tous les points d' un anneau solide sont toujours necessairement dans le même plan. Il est vrai que le systéme des différentes Lunes dont il s' agit, abstraction faite de leur action mutuelle, formera une courbe à double courbure qui ne serà pas bien différente d' un plan. Il est vrai aussi que le mouvement moyen des nœuds de toutes ces Lunes, sera à très-peu près le même; & il est vrai encore, que le mouvement moyen des nœuds de l' anneau, sera le même que celui d' une Lune qui tourneroit très-proche de la surface de la terre dans le même plan que l' anneau, & avec le même vitesse. Mais &c.

Mihi non solum certum, quod Alembertius Newtono concedebat, sed etiam evidens videtur, quod si Lunarum seiunctarum motus mediocris nodorum idem est, idem quoque esse debeat in singulis simul iunctis. Sunt enim in Lunis iunctis ad immutandos nodos eaedem omnino vires, quæ

quae in ſeparatis. In terra noſtra Lunarum coniunctarum, & ſolidi annuli vices praeſtat materia in Aequatore circa interiorem ſphaericum nucleum redundans. Ea igitur, ſi ſola eſſet, materia interſectiones ſuas cum plano Eclipticae quotannis variaret angulo 142641‴, & accuratius 142641‴ 32ⁱᵛ. Qui etiam extra alios circulos plano Aequatoris parallellos, & ſectos in interiori eodem nucleo, redundant annuli, ſimilibus motibus afficientur. Videamus quinam in tota exteriori terra, interiorique ex motibus ſingulis motus oriri debeat.

CAPVT IV.

De praecessione Aequinoctiorum.

Fingamus materiam omnem in ſphaeroidica terra extra interiorem nucleum redundantem ad annulum ſolidum reduci, Aequatorem terrae interioris cingentem. Quia effectus ſuis cauſſis, & perturbatricibus viribus errores proportionales ſunt, angularis motus nodorum totius exterioris terrae ad annulum illum ſolidum redactae, erit ad verum motum nodorum materiae eiusdem in aliis annulis plano Aequatoris parallellis extra ſphaericum nucleum diſtributae, ut ſumma virium perturbatricium, & proportionalium diſtantiae a Plano ad Eclipticam perpendiculari, quas vires particulae ſingulae haberent in facta hypotheſi, ad ſummam virium ſimilium, quas vere habent particulae totidem, extra Aequatorem etiam diſpoſitae in locis ſuis. Iam vero, ut demonſtravit Alembertius de praeceſſione Aequinoctiorum §. 139. & Newtonus lem. 2. prop. 39. lib. 3. Principiorum, vis, & efficacia particularum omnium extra globum undique ſitarum eſt ad vim totidem particularum in Aequatoris circulo uniformiter per totum circuitum diſpoſitarum, ut duo ad quinque. Erit igitur nodorum motus in tota exteriori terra $= \frac{2.}{5}\, 142641''' \, 32^{iv} = 3423397^{v}$.

Vires, quibus ipſae particulae fugiunt planum, per communem interſectionem Eclipticae, Aequatoriſque ductum, & ad Eclipticam perpendi-

diculare, terram revolverent circa eamdem intersectionem Eclipticae, & Aequatoris, nutationemque in terra gignerent, si nullus esset motus vertiginis, a polo ad polum. Quia vero terra, iis viribus agitata, circa suum axem circulariter torquetur, nodi, ut diximus, contra signorum seriem regredi debent in plano Eclipticae, motusque integer, ac totus fieri circa communem intersectionem Eclipticae, & Aequatoris minime poterit. Itaque minus recte Newtonus secunda parte lemmatis secundi prop. 39. ex eo, quod vires perturbatrices parallelle ad Eclipticam exerceantur, collegit motum in terra circa communem intersectionem Eclipticae, & Aequatoris esse oportere. Vtique actione earumdem virium inclinatio Eclipticae, & Aequatoris diversis anni tempestatibus diversa erit, atque aliqua totius terrae nutatio habebitur a polo ad polum. At id phaenomenon exhibet a praecessione Aequinoctiorum, & nodorum motu plane alium. Distinguendorum igitur Phaenomenorum gratia assumamus inclinationem Aequatoris terrestris constantem esse, ipsiusque intersectiones cum plano Eclipticae regredi intelligamus. Aequator, & Aequatori adhaerens tota exterior terra circa Eclipticae axem torquebitur. Terrae poli circa polos Eclipticae hinc inde duos circulos designabunt, quorum radius aequalis erit sinui recto 23° 28′ 29″ circuli unius maximi: Et axis terrae duos pariter sibi invicem obversos conos describet, quorum communis vertex erit in centro totius terrae.

Motus ab exteriori terra ad interiorem transibit, atque ita in singulis particulis distribue-

D tur,

tur, ut motus totius quantitas eadem maneat, quae prius, & exterioris, interiorisque massae nodorum motus post communicationem unus, & idem fiat. Nam cum eadem communicatione motus non disperdatur, necesse est plane, ut, qui exterioris terrae antea erat, totus supersit in tota massa: Quo iam prior motus erit ad motum in exteriori terra post communicationem residuum, sive 3423397^{iv} erunt ad praecessionem annuam Aequinoctiorum, ut motus totius terrae ad solius terrae exterioris motum. Quam rationem definituri planis quotcumque ad Eclipticae axem HD perpendicularibus, tab. 2. fig. 1., dividi intelligatur terra in totidem Ellipses similes, quae circa axem ipsum HD moveantur, ut dictum est. Uniuscuiusque Ellipseos motus aequabitur motui circuli eiusdem areae, & qui eodem periodico tempore circa centrum suum revolvatur.

Esto enim Ellipsis AFDH, tab. 2. fig. 2., quae revolvatur circa centrum B, ductisque per centrum rectis Cc, Nn minimum angulum comprehendentibus motus singulorum elementorum CN, & cn exponatur factis CN in CB, & cn in cB. Tum centro B, ac radiis BC, Bc descriptis minimis arcubus CM, cm, motus CN. CB, resolvatur in duos MN. CB, MC. CB, motusque cn. cB in duos pariter mn. cB, mc. cB. Bini MN. CB, & mn. cB, utpote aequales, & oppositi hinc inde, sese invicem compensabunt: Atque ita motus elementorum CN, cn perimetri Ellipseos erit ut summa arearum 2BCM, 2Bcm, sive ut duplum elementum areae, & motus totius peri-

ri-

rimetri exprimetur dupla area Ellipſeos. Sed dupla etiam area cuiuſcumque circuli exprimitur motus totius peripheriae, ut notum eſt. Ergo motus perimetri Ellipſeos aequabitur motui peripheriae circuli, cuius area areae Ellipſeos ſit aequalis, ſeu cuius radius R ſit medius proportionalis inter ſemiaxes BD, BF. Si radius ſit ad peripheriam ut 1: p, erit peripheria circuli ipſius pR, & peripheriae motus pR^2, & motus totius areae circularis erit ut ſumma omninum pR^2, ſive ut $\frac{1}{3}\,pR^3$: Adeoque motus integrae ellipſeos erit ut $\frac{1}{3}\,p.\,\overline{BD.\,BF.}^{\frac{3}{2}}$

Hoc dato ſemidiameter Aequatoris MB, fig. 1., ſit = M, ſemiaxis MA = N, abſciſſa ML = x. Erit LT ſemiaxis maior Ellipſeos parallelle ad Eclipticam planis iam dictis ſectae

$= \frac{MG.\,(MH - x^2)^{\frac{1}{2}}}{MH}$, ſemiaxis minor Ellipſeos eiuſdem $= \frac{M.\,(MH^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}}{MH}$, radius circuli eiuſdem areae $= \frac{(M.\,MG)^{\frac{1}{2}}\,(MH^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}}{MH}$

& motus circuli, ſive [quod idem eſſe demonſtravimus] motus Ellipſeos erit ut

$$\frac{1}{3}\,p\left(\frac{(M^{\frac{1}{2}}.\,MG^{\frac{1}{2}}\,(MH^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}}{MH}\right)^{3},$$

ſive erit ut $\frac{p\,M^{\frac{3}{2}}\,MG^{\frac{3}{2}}\,(MH^2 - x^2.)^{\frac{1}{2}}}{3MH}$

$$-\frac{p\,x^2.\,M^{\frac{3}{2}}.\,MG^{\frac{3}{2}}}{3\,HM^3}.\,(MH^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Huius quantitatis fluens ex notis regulis est $\frac{p M^{\frac{3}{2}} . MG^{\frac{3}{2}}}{4 MH^{\frac{3}{2}}} S dx (MH^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{p x . M^{\frac{3}{2}} MG^{\frac{3}{2}}}{12 MH^3}$ $(MH^2 - x^2)^{\frac{3}{2}}$. Posterior fluentis quantitas facta $MH = x$, evanescit: In priori autem $p . \frac{M^{\frac{3}{2}} MG^{\frac{3}{2}}}{4 MH^{\frac{1}{2}}}$ $S dx (MH^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}$ summa omnium $(MH^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}$ pro eodem casu evadit $\frac{1}{8} p . MH^2$. Quare erit motus hemisphaeroidis ut $\frac{1}{32} p^2 . MH . M^{\frac{3}{2}} MG^{\frac{3}{2}}$ & motus totius Sphaeroidis $\frac{1}{16} p^2 . MH . M^{\frac{3}{2}} MG^{\frac{3}{2}}$.

Simili modo nuclei sphaerici, & interioris motus deprehendetur $\frac{1}{16} p^2 N^4$, & erit motus terrae totius ad motum nuclei ut $MH . M^{\frac{3}{2}} MG^{\frac{3}{2}}$ ad N^4, & motus ipsius terrae erit ad terrae exterioris motum, ut $MH . M^{\frac{3}{2}} MG^{\frac{3}{2}} : MH . M^{\frac{3}{2}}$ $MG^{\frac{3}{2}} - N^4$. Porro si sinus inclinationis Eclipticae, & Aequatoris ad sinum totum, sive FG ad GM sit ut 3983489:10000000, sumaturque ex secundo capite $M = 230$, $N = 229$, erit $MG = 229.841$, & $MH = 229.159$ quam proxime. Quippe in Ellipsibus proxime ad circulos accedentibus diametri coniugatae eamdem proxime summam constituunt. Ita in locum specierum substitutis numeris habebitur

$$MH . M^{\frac{3}{2}} MG^{\frac{3}{2}} = 2785280943.27467040.$$

MH

$$MH.\ M^{\frac{3}{2}}\ MG^{-\frac{3}{2}} - N4 = 35222462.27467040.$$

$$\frac{(MH.\ M^{\frac{3}{2}}\ MG^{\frac{3}{2}} - N4)}{MH.\ M^{\frac{3}{2}}\ MG^{\frac{3}{2}}}\ 3423397^{IV} = 43292.^{IV}$$

$$= 721'''32^{IV} = 12''1'''32.^{IV}$$

Motus igitur annuus nodorum, five annua Aequinoctiorum praeceſſio, actione Solis in terram genita, erit 12″ 1‴ 32ᴵⱽ. Quod ſi praeceſſionem totam cum Cl. De la Caille ſtatuamus, ut ſupra fecimus, $50''\frac{1}{2}$, aut 181800ᴵⱽ, ſupererunt 138508ᴵⱽ, quae actioni Lunae debebunt tribui, & vis Solis erit ad vim Lunae in plano Eclipticae exercitam ut 43292: 138508 = 1: 3. 199. Binae hae vires Luminarium efficient, quod tota terra circa Eclipticae axem moveatur, quodque interſectiones Eclipticae, & Aequatoris $50''.\frac{1}{2}$ annis ſingulis retrocedant: Quamvis nec novum motum proprie loquendo eaedem vires in terra gignent, ſed tantum poſitionem axis mutabunt, efficientque ut ad alia ſucceſſive, & alia caeli puncta dirigatur.

CAPVT V.

De aliis theoriae eiusdem consectariis.

Fiat modo ut cosinus 5° 8', quae est inclinatio media Lunaris orbitae ad Eclipticam, sive ut 9959892: 10000000, ita 3. 199: 3. 212. Erit vis Solis ad vim totam Lunae in plano orbitae suae exercitam ut 1: 3. 212. Cl. Eulerus §. 54. dissertationis de praecessione Aequinoctiorum, quae monumentis Academiae Berolinensis anni 1749. inserta est, eam rationem non minorem esse voluit quam 1: 2. $\frac{1}{2}$. Quo argumento id asseruerit se ignorare fassus est Alembertius in suis de mundi systemate disquisitionibus §. 304. Ipse vero rationem 1: 3. $\frac{1}{6}$. retinuit, quae a nostra parum diversa est. Aliam 1: 4. 4815 in prop. 37. lib. 3. Principiorum derivavit Nevvtonus ex comparatione maximorum, minimorumque aestuum maris, quos 45. pedum esse in coniunctione, & oppositione Luminarium, & pedum 25. in Quadraturis ante ostium fluvii Avonae ad lapidem tertium infra Bristolium Samuel Sturmius observaverat. Verum maximos aestus, minimosque proportionem aliam inter se habere deprehendit Maclovii D. Thouroud: Id quod observationes Sturmii, & Nevvtonianum theorema suspectum facit. Praeter quam quod, ut animadvertit optime Daniel Bernoullius in tractatu de fluxu, & refluxu maris cap. 6. §. 10., *les Marées sont une espece d' Oscillations,*

qui

qui se ressentent toujours des Oscillations précedentes: Cette raison fait que les variations des Marées, ne sçauroient être aussi grandes qu' elles deuroient être suivans les Loix hydrostatiques. Haec ratio fuit propterquam ex intervallo, & duratione aestuum magis quam ex magnitudine vires Luminarium metiendas esse ipse Bernoullius existimavit. Ex duratione, intervalloque aestuum sibi proxime succedentium proportio virium maxima prodit 1: 3., minima 1: 2, media 2: 5. At cum in portubus, ac littoribus maris, in quibus observationes circa aestum omnes institutae sunt, non magnitudo aestuum dumtaxat, sed intervallum quoque, & duratio, ex locorum, vadorumque situ turbetur, & alius plane in oris maritimis fiat aestus, ac in libero, apertoque mari, Nevvtonianas aeque, ac Bernoullianas proportiones virium reiiciemus, superioremque 1: 3. 212., quae ex certiori praecessionis Aequinoctiorum phaenomeno deducta est, in sequentibus retinebimus.

Porro, quia vires ipsae, per Coroll. 14. prop. 66. lib. 1. Princip., sunt ut densitates corporum Solis, & Lunae, & cubi diametrorum apparentium coniunctim, densitas Solis erit ad densitatem Lunae ut 1: 3. 212. directe, & cubus diametri Solis ad cubum diametri Lunae inverse, sive (diametros apparentes mediocres Solis, & Lunae statuendo cum illustri Nevvtono $32' \; 12''$, & $31' \; 16'' \frac{1}{2}$), ut 1: 3. 212., & 52861038777: 57691436544. coniunctim, sive demum ut 1: 3. 5. Densitas autem terrae est ad densitatem Solis ut 4: 1, per Coroll. 3. prop. 8.

lib. 3. Principiorum: Quare densitas terrae erit ad densitatem Lunae ut 4: 3. 5, & una octava parte terrestre corpus densius, compactiusque erit, quam Luna. Et quoniam vera Lunae diameter ex observationibus Astronomicis est ad veram diametrum terrae ut 100: 365, erit massa terrae ad massam Lunae ut 8: 7, & 48627125: 1000000 coniunctim, sive ut 55574: 1000. Nevvtonus proportionem virium Solis, & Lunae 1: 4. 4815. retinens in Corollariis prop. 37. lib. 3. Principiorum suorum, statuit densitates Solis, & Lunae ut 1000: 4891., densitates Lunae, & terrae ut 11: 9. massas vero ut 1: 39. 788.

Eadem etiam proportione ductus Nevvtonus in prop. 39. praecessionem annuam Aequinoctiorum 9″ 7‴ 20ⁱᵛ tribuit actioni Solis, & Lunae actioni 40″ 52‴ 52ⁱᵛ. Sed aliis etiam suppositionibus ea propositio innixa est. Secundam partem lemmatis primi supra reiecimus: Licet enim circa axem Eclipticae revolvi non possit terra, nisi etiam eodem tempore circa aliquam Aequatoris diametrum aliquo modo nutet; in hypothesi tamen diurni motus nutatio omnis non potest fieri circa communem intersectionem Aequatoris, & plani alterius per centrum ducti, cui plano Luminaria ad perpendiculum insistant. Adiecit etiam Cl. Alembertius: *Je ne crois pas que le mouvement de l'enveloppe extérieure du Globe, & celui de l'anneau au quel on á réduit cette enveloppe, doivent être entr'eux comme les forces qui les animent, ainsi que M. Newton semble le supposer; il est nécessaire pour determiner le rapport de ces mouvemens, d'avoir égard á la figure des masses, que les puissances*

ont

ont à mouvoir. Car quoique les masses soient égales, elles sont cependant formées de parties différemment disposées, & on ne peut determiner le mouvement de la masse totale, sans conoître le mouvement isolé, pour ainsi dire, de chacune de ces parties. Qu'une force quelconque agisse sur un lévier dont toute la masse soit ramassée à une de ses extremités, il est facile de voir que le mouvement de cette masse ne sera pas le même, que si elle étoit répandue sur toute la longuer du lévier. La raison en est évidente, c'est que le bras de lévier par le quel chaque particule est poussée se trouve différent dans le deux cas.

Nevvtonus quippe cum ſuppoſuiſſet motum omnem nodorum terrae, praeceſſionique aequinoctiorum fieri circa aliquam diametrum Aequatoris, ſtatuit tertio lemmate: Quod *motus terrae circa axem iam ante deſcriptum, ex motibus particularum omnium compoſitus, eſt ad motum annuli praedicti circa axem eumdem in ratione, quae componitur ex ratione materiae in terra ad materiam in annulo, & ratione trium quadratorum ex arcu quadrantali circuli cuiuſcumque ad duo quadrata ex diametro.* Id pro iiſdem ſuppoſitionibus ex noſtris etiam principiis ſequitur. Si enim ſemiaxis terrae vocetur N, ſemidiameter Aequatoris M, abſciſſa in eadem ſemidiametro a centro ſupputata x, elementum abſciſſae dx; erit ſoliditas terrae totius $= \frac{2}{3} p NM^2$, ſoliditas nuclei interioris ſphaerici $= \frac{2}{3} p N^3$, ſoliditas terrae exterioris, ſive annuli ſolidi ex hy-

hypothesi Aequatorem cingentis $= \frac{2}{3} p N.(M^2-N^2)$, elementum soliditatis annuli ipsius $= \frac{2}{3} p N.\frac{(M^2-M^2)}{pN}.\frac{N\,dx}{(N^2-x^2)^{\frac{1}{2}}}$, elementum motus $= \frac{2}{3} N\,dx.(M^2-N^2)$, motus quadrantis $= \frac{2}{3} N^2.(M^2-N^2)$, & motus totius annuli $= \frac{8}{3} N^2.(M^2-N^2)$, adeoque motus terrae interioris erit ad motum annuli ut $\frac{1}{16} p^2 N^4 : \frac{8}{3} N^2.(M^2-N^2)$, sive ut $\frac{2}{3} p N^3.\frac{3}{16} p^2 : 2 p N.(M^2 N^2).8$, in ratione scilicet, quae componitur ex ratione quantitatis $\frac{2}{3} p N^3$ materiae in sphaera ad quantitatem $\frac{2}{3} p N.(M^2-N^2)$ materiae in annulo; & ratione trium quadratorum $\frac{3}{16} p^2$ ex quadrante $\frac{1}{4} p$ ad duo quadrata 8 ex diametro 2: Quod est ipsum Nevvtoni theorema.

Minus tamen recte Geometra incomparabilis prop. 39. assumpsit ab exteriori terra ad interiorem aeque motum transire, sive tota exterior terra in suo loco sit, sive ad annulum illum Aequatori circumpositum reducatur: Capite enim septimo demonstrabimus motum verum terrae exterioris esse ad terrae interioris motum circa Aequatoris diametrum aliquam conceptum ut

M

$M^{\frac{5}{2}} N^{\frac{1}{2}} : N^3$, in alia ſcilicet prorſus ratione. Nihilominus, ut ſupra diximus, eſt verum, communicationem motus ab exteriori terra ad interiorem, ea lege fieri, ut poſt communicationem angularis velocitas circa axem evadat eadem, & motus in exteriori terra reſiduus ſit ad totalem motus quantitatem, ut reſidua Aequinoctiorum praeceſſio ad praeceſſionem priorem totam. Colligitur id ex quo motus non diſſipetur communicatione, ſed totus per totam terram diſtribuatur. Id inſuper huic problemati ſolvendo ſufficit.

CAPVT VI.

De nutatione axis Terrae.

Fiat modo ut ſinus totus 100000. ad 8947.38., coſinum inclinationis Lunaris orbitae cum Ecliptica, ita 3. 212: 0. 28739. Luna duas vires in terrae noſtrae particulas exercebit, unam parallelle ad Eclipticam, alteram perpendiculariter. Prior erit ad vim Solis ut 3. 199: 1, poſterior ut 1. 28739: 1. Ambabus Luna particulas easdem aeque agitabit, ac duae agitarent Lunae, quae eodem periodico tempore circa Terram revolverentur, una in plano Ecliplicae, altera in plano per Eclipticae polos, ac nodos verae Lunaris orbitae traducto, ea quidem lege, ut primae vis 3. 119., vis ſecundae 0. 28739 eſſet, relate ad vim Solis pro unitate aſſumptam. Binas haſce Lunas fictitias Lunae noſtrae ſubſtituamus. Prioris vis vi Solis addita efficiet, quod $50''\frac{1}{2}$ quovis anno praecedant Aequinoctia. Vi poſterioris interſectiones ſuas cum plano illo ad Eclipticam perpendiculari Aequator terrae immutabit, atque, ut ex ſupradictis conſequitur, materies omnis extra interiorem, & ſphaericum nucleum redundans, revolvetur circa axem iacentem in plano Eclipticae, & perpendicularem lineae nodorum verae Lunaris orbitae cum Ecliptica: Et quoniam motus nodorum, ut ab initio notatum eſt, proportionem virium perturbatricium conſtanter ſequitur, ſi fiat 1: 0. 28739 = 142641″: 40993. 6″, & quartae huius quantitatis duae quintae partes ac-

ci-

cipiantur, erit in tota exteriori terra annis singulis nodorum motus 983848^{iv}.

Communicabitur toti interiori terrae hic motus, efficeturque ut circa eumdem axem, eodemque angulari motu feratur omnis, & motus totalis prior sit ad motum in exteriori terra post communicationem residuum, ut motus totius sphaeroidis ad differentiam motus sphaeroidis, & sphaerae inscriptae. Iam vero stantibus omnibus ut supra, & eadem ratione calculos instituendo, motus totius sphaeroidis circa axem G N, tab. 2. fig. 1., Aequatoris diametro B I inclinatum angulo 23° 28′ 29″ prodit

$\frac{1}{16} p^2 MG. M^{\frac{3}{2}} MH^{\frac{3}{2}}$, & differentia motus sphaerae, & sphaeroidis $\frac{1}{16} p^2 MG. M^{\frac{3}{2}}. MH^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{16} p^2 N^4$. Est vero substitutis numeris

$$MG. M^{\frac{3}{2}} MH^{\frac{3}{2}} = 2781162138.81784460$$

$$MG\ M^{\frac{3}{2}}. MH^{\frac{3}{2}} - N^4 = 31105657.81784460$$

$$\frac{(MG. M^{\frac{3}{2}} MH^{\frac{3}{2}} - N^4)\ 983898^{iv}}{MG. M^{\frac{3}{2}} MH^{\frac{3}{2}}} = 11003.^{iv}$$

Is cum habeatur annuus telluris motus, tempore annorum 18, & mensium 7 ad 204472^{iv} ascenderet, & in maximo aliquo circulo perageretur, ubi, secundae, & fictitiae Lunae nodi in dato semper manerent loco, & invariabilis esset axis integrae huius revolutionis. At quoniam Luna nostra ita ad Eclipticam plano suae

or-

orbitae inclinatur, ut annis 18, & mensibus 7 revolutionem unam nodi absolvant, ad actionem, & vim ipsius exhibendam rectius duabus fictitiis Lunis, quarum una in plano Eclipticae moveatur, altera in plano per polos Eclipticae, & nodos verae Lunaris orbitae traducto, secundae Lunae huius nodi variabiles debent concipi, & ita contra seriem signorum moti, ut spatio annorum 18, & mensium 7 revolutionem integram perficiant. Hoc dato axis Eclipticae, qui circa axem alium, nodorum lineae perpendicularem, semper torqueri debet, torquebitur eodem tempore circa omnes Eclipticae diametros, & binos conos sibi invicem in centro terrae obversos designabit. Polus Eclipticae describet circulum, per quem motus 204472^{iv} circuli unius maximi distribuetur: Vnde si fiat ut peripheria ad diametrum, sive ut 31415 : 10000, ita 204472^{iv} ad quartum, prodibit quantitas nutationis axis Eclipticae pro quavis nodorum Lunae revolutione $65087^{iv} = 18'' \, 4''' \, 47^{iv}$.

Patet autem in terra solida Eclipticae axem duos conos, polosque Eclipticae duos hasce circulos describere non posse, nisi interim poli terrae Ellipses duas circulis finitimas describant. Vtriusque Ellipseos axis maior iacebit in eodem plano, in quo sunt poli terrae, & Eclipticae, eritque $= 18'' \, 4''' \, 47^{iv}$: Quo enim spatio axis Eclipticae nutat circa diametrum perpendicularem sectioni per polos omnes transeunti, eodem axis terrae nutare debet. Axis minor aequabitur spatio illi, quo polus terrae nutabit, dum Eclipticae polus $18'' \, 4''' \, 47^{iv}$ volvetur circa intersectionem Eclipticae, & plani

illius

illius traducti per polos omnes terrae, & Eclipticae. Tum vero polus terrae arcum describet proportionalem distantiae suae ab ea ipsius plani cum plano Eclipticae intersectione. Itaque diminuendo maiorem axem 18″ 4‴ 47^{v} in ratione sinus totius ad cosinum 23° 28′ 29″, sive in ratione 10000000: 9172329, prodibit minor axis iam dictae Ellipseos 16″ 35‴: Id quod observationibus Cl. Bradley supra recensitis congruit, iuxta quas iidem axes esse deberent proxime 18″, & 16″ circuli unius maximi. Componendo inter se motus, qui ex praecessione Aequinoctiorum, & nutatione axis terrestris oriuntur, poli terrae curvam describent, revolutione Ellipseos, centro suo in peripheria circuli incedentis, genitam. Hic tamen motus omnis, aut potius successiva positionis axis variatio motum diurnum non immutabit, ut supra notatum est.

CAPVT VII.

De varia inclinatione Eclipticae, & Aequatoris.

REgredientibus nodis inclinatio etiam Eclipticae, & Aequatoris variari debet. Eſto enim P, tab. 2. fig. 3. locus alicuius Planetae in Aequatore L P *n* dato tempore ſeſe volventis, N R S Aequatoris veſtigium in plano Eclipticae, P R perpendiculum in Eclipticam demiſſum, Q *q* linea quadraturarum, S T recta, coniungens centra terrae, & Solis, N *n* linea nodorum, & denique angulus N T L exhibeat horarium nodorum motum. In T Q, T N, & T L agantur perpendicula P K, P M, & P *c*. Ducantur etiam R K, R M, & R *c*, quae ſecet lineam nodorum in *i*, & iungatur R *i*. Patet angulum inclinationis orbitae ad Eclipticam P M R, aut P *i* R, elapſo horae ſpatio fieri P *c* R, angulorumque P *i* R, P *c* R differentiam *c* P *i* eſſe variationem horariam eiusdem inclinationis.

Iam vero in Coroll. 3. prop. 34. lib. 3. Principiorum Mathematicorum univerſaliter demonſtratum a Nevvtono eſt, quod in dato nodorum ſitu, tota inclinationis variatio tempore unius revolutionis planetae habita eſt ad motum medium nodorum, habitum eodem tempore, ut $\frac{SZ \,.\, TZ \,.\, t}{T} : 2r^2$, poſito quod r ſit radius peripheriae p, & t ſit ad T, ut ſinus inclinationis orbitae ad ſinum totum. Ex quo manifeſtum fit, quod ſumma omnium variationum inclinationis orbitae, ſeu totalis variatio habita eo tem-

tempore, quo nodorum aſpectus pergit a ſyzigiis ad quadraturas, eſt ad totalem nodorum motum, ut ſumma omnium $\frac{SZ.\,TZ.\,t}{T}$, ad ſummam omnium $2r^2$, hoc eſt, ſi TZ vocetur x, ut ſumma omnium $\frac{tx}{T} \frac{(r^2 \cdot x^2)^{\frac{1}{2}}\, r\,dx}{(r^2 x^2)^{\frac{1}{2}}}$, ad ſummam omnium $\frac{2r^2.\, r\,dx.}{(r^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}}$, ſive ut $\frac{trx^2}{2T} : \frac{pr^2}{2}$, &, facto $x = r$, ut $tr : pT$.

In noſtro autem caſu ut huius variationis theoria facilior evadat omnis, conſideremus fictitium Planetam, aut Lunam aliquam in terreſtri Aequatore unius diei ſpatio circumvolvi, & Solem annuum ſuum motum in Ecliptica habere, quo a primis punctis Arietis N, ad prima Cancri puncta X moveatur, & deinde ad prima Librae, & Capricorni. Quantitas SZ. TZ tendente Sole ab Ariete in Cancrum poſitiva erit, tum deveniendo ad Libram vertetur in negativam, hoc eſt inclinatio orbitae eiusdem Lunae ad Eclipticam ab Aequinoctio verno ad aeſtivum uſque ſolſtitium imminuetur, tum creſcet per gradus totidem, reſtitueturque ad menſuram priſtinam circa Aequinoctium Autumnale. Ab Aequinoctio Autumnali pariter ad hyemale ſolſtitium minor fiet inclinatio, deinde maior, & elapſo anno redibunt omnia, ut erant prius.

Sumamus cum illuſtri Caſſino ab Aequinoctio verno ad Autumale elabi tempus $186^d\ 14^h\ 53'$, ſive $268733'$, ab autumnali ad vernum

257216′, adeoque ab Aequinoctio verno ad solstitium aestivum $134366\frac{1}{2}'$, & ab autumnali Aequinoctio ad hyemale solstitium 128608′. Quoniam unius anni tempore, seu circiter 525949′ Luna aliqua in terrestri Aequatore delata, ut supra, mediocrem nodorum motum ex Solis actione haberet 142641‴; motus nodorum habitus eo tempore, quo Sol a primis punctis Arietis transit ad prima Cancri, erit 36441‴, & variatio inclinationis orbitae ad Eclipticam erit $= 36441'''. \frac{tr}{pT} = 36441'''. \frac{1997445}{314150000} = 2310'''$.

Si plures Lunae circa Aequatorem terrae revolverentur similiter, haberent singulae variationem eamdem inclinationis orbitae, sive seiunctae essent, sive unirentur simul ad componendum annulum solidum ipsi Aequatori circumvolutum. Essent enim in separatis, & simul iunctis eaedem vires, quae inclinationem orbitae variarent. Materies circa Aequatorem terrae Sphaeroidicae redundans, in hoc pariter casu, solidi annuli vices praestabit, & vires totius terrae circa interiorem sphaericum nucleum dispositae erunt ad vires particularum totidem in Aequatore existentium, ut 2: 5. Quo iam variatio inclinationis Aequatoris ipsius, & Eclipticae, omnibus terrae exterioris viribus, integro vere, genita fiet $= \frac{2}{5}. 2310''' = 924'''$.

Huius variationis motus peragetur circa communem intersectionem Eclipticae, & Aequatoris, atque ab exteriori terra ad interiorem usque transibit. Communis intersectio sit BI,

tab.

tab. 2. fig. 1. & rursus ductis planis quibuslibet diametro B I perpendicularibus dividatur terra in Ellipses quotcumque similes, & maior semiaxis terrae vocetur M, minor N, abscissa M P a centro supputata x. Erit semiaxis maior Ellipseos in puncto P iis planis sectae $= (M^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}$, semiaxis minor P R $= \frac{N.}{M} (M^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}$, radius circuli eiusdem areae $= \frac{N^{\frac{1}{2}}.}{M^{\frac{1}{2}}} (M^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}$, motus totius circuli, seu, quod est idem, totius Ellipseos $= \frac{1}{3} p \frac{(N^{\frac{1}{2}}. (M^2 - x^2)^{\frac{1}{2}})^3}{M^{\frac{3}{2}}} =$

$$\frac{p M^{\frac{1}{2}} N^{\frac{3}{2}}}{3}. (M^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{p N^{\frac{3}{2}} x^2}{3 M^{\frac{3}{2}}}. (M^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Motus igitur hemisphaeroidis erit $=$

$$p \frac{M^{\frac{1}{2}} N^{\frac{3}{2}}}{4}. S\, dx\, (M^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{p x N^{\frac{3}{2}}}{12 M^{\frac{3}{2}}} (M^2 - x^2)^{\frac{3}{2}}.$$

In qua quidem quantitate secundus terminus, cum, facta $M = x$, evanescat; in primo autem $S\, dx\, (M^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}$ pro eadem suppositione fit quadrans circuli, radii M, adeoque evadat

 S dx

$S\, dx\, (M^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{8} p\, M^2$: Erit motus Sphaeroidis ad motum Sphaerae inſcriptae ut

$M^{\frac{5}{2}} N^{\frac{1}{2}} : N^3$, & motus totius terrae erit ad motum in exteriori terra poſt communicationem

reſiduum, ut $M^{\frac{5}{2}} N^{\frac{1}{2}} : M^{\frac{5}{2}} N^{\frac{1}{2}} - N^3$, in alia ſcilicet ratione, quam Newtonus lem. 3. prop. 39. lib. 3. aſſignaverat. In caſu noſtro ſubſtitutis numeris motus integer ad reſiduum ſe habebit ut 12140550 ad 131561, & variatio inclinationis Eclipticae, & Aequatoris tendente Sole ab Ariete in Cancrum erit $= \frac{131561 \cdot 924'''}{12140550} = 10'''$

Simili calculo, omni eo tempore, quo Sol tendit a Libra ad Capricornum variatio inclinationis prodibit 9'' circiter: Atque inſuper 2'' ex Lunae actione tota inclinatio Eclipticae, & Aequatoris variabitur, dum Luna eadem ab Aequatore ad Tropicos feretur. Adeo exigua variatio huiuſmodi cum ſit, negligendae erunt penitus irregularitates ipſius aliae, quae aut ex regreſſu nodorum, aut ex inclinatione Lunaris orbitae ad Eclipticae planum oriri poſſunt. Omnino autem quaecumque ſint in una revolutione nodorum Lunae ſeſe invicem corrigent, & quantitatem, celeritatemque abſolutam diurni motus numquam afficient.

CA-

CAPVT VIII.

De Eclipticae mobilitate.

QVoniam eas vices hactenus examinavimus, quibus Aequator terrae cum immobili plano Eclipticae modo maiorem, modo minorem angulum constituit, superest ut videamus num planum idem Eclipticae, in quo scilicet centrum Solis apparenti motu circa terram revolvitur, omnino immobile censeri possit. Principio autem, per propos. 57. lib. 1. Princip. Mathem. Newtoni, Terra, & Luna circa commune gravitatis centrum, & circa se invicem figuras similes debent describere. Rursus, per quintum Theorema Hugenii, velocitas corporum circulariter se volventium, ea est quam sola vi gravitatis per dimidium radium cadendo aquirerent, & rationem compositam sequitur attrahentium virium, & temporum. At tempora, quibus caderent per dimidium radium orbitae, sunt ad tempora integrarum revolutionum in constanti ratione radii ad peripheriam: Et vires, sunt directe ut massae corporum in centro positorum, & quadrata distantiarum reciproce: Velocitas igitur qua terra circa Solem revolvitur, est ad velocitatem, qua revolvitur circa Lunam, in ratione composita ex simplici massae Solis ad massam Lunae, & temporum periodicorum circa Solem, & circa Lunam, atque insuper duplicata distantiae Lunae ad distantiam Solis: Sive in ratione composita temporum periodico-

rum, atque acceleratricium virium Solis, & Lunae.

Quia vero, per Coroll. 2. prop. 8. lib. 3. Princip. Mathem., quantitas materiae in Sole est ad quantitatem materiae in terra ut 169282: 1, & quantitas materiae in terra ad quantitatem materiae in Luna, ex quinto superiori capite, est ut 55574: 1000; erit quantitas materiae in Sole ad quantitatem materiae in Luna ut 9407677868: 1000., & distantias mediocres terrae a Sole & Luna statuendo semidiametrorum terrestrium mediocrium 22000., & 60, erit vis Solis acceleratrix ad vim acceleratricem Lunae ut 9407677868. 3600: 484000000000, sive ut 70: 1 quam proxime. Quare cum terra revolutionem suam circa Solem uno anno, sive 525949′ absolvat, & circa Lunam $29^d\ 12^h\ 44'$, sive 42524′, erit velocitas terrae circa Solem ad velocitatem circa Lunam, aut circa commune centrum gravitatis terrae, & Lunae conceptam ut 36816430: 42524, sive ut 8658: 10, atque absolutae velocitates terrae in Noviluniis, quando bini motus conspirant, in Quadraturis, & Pleniluniis, inter se erunt, ut 8668, 8658, 8648.

Quod si etiam motum omnem circa Solem fieri intelligamus, & eadem methodo, qua Nevvtonus in prop. 37. lib. 3. determinavit incrementum horarium areae a Luna circa terram in circulari orbita descriptae, inquiramus horarium incrementum areae circa Solem descriptae a terra ipsa, absolutae velocitatis, circa Solem conceptae, ratio, ut antea, habebitur. Fiat 31415: 5000 = 525949: 83709. Tempore 83709′, quo scili-

cet

cet terra per dimidium radium cadendo velocitatem, quam modo habet, attractione Solis aquireret, vis tota Lunae continue applicata gignere posset $\frac{1}{70}$ velocitatis terrae, & tempore $9836'$, quo Luna fertur a syzigiis ad quadraturas, dumtaxat $\frac{1}{595.63}$. Est vero summa omnium virium in terram nostram agentium eodem tempore ad summam totidem maximarum, ut quadrans circuli ad radium. Itaque incrementum velocitatis in terra genitum erit $= \frac{1}{935.7}$ in hypothesi quod Luna circa terram revolvatur $27^d\ 7^h\ 43'$: Et cum periodus synodica sit $29^d\ 12^h\ 44'$, augeri debet incrementum omne in ratione 1080853 : 1000000, & Luna a Novilunio ad primam Quadraturam tendente fiet $\frac{1}{865.8}$, ipsaque transeunte ad Plenilunium duplicabitur.

At ea telluris nostrae dumtaxat circa Solem delatae hypothesis minime consentanea est gravitatis universalis, & mutuae legibus. Commune centrum gravitatis corporum quorumcumque in se mutuo agentium, semel concepta velocitate, progredi debet in directum, neque ex actione corporum aliquid pati potest. Vires, quibus in se agunt, cum in directa massarum ratione sint, & reciproca distantiarum a communi gravitatis centro, aequales hinc inde motus generabunt, aut accedendi, aut recedendi a communi centro, neque immutare statum ipsius poterunt: Quod

obſervatum a Newtono eſt in Coroll. 4. legis tertiae. Itaque etiam terrae, ac Lunae centrum circa commune gravitatis centrum Planetarii totius ſyſtematis moveri debet, atque interim terra, & Luna circa ſuum centrum, & circa ſe invicem revolvi. Determinabitur centrum motus, ſi diſtantia mediocris Lunae a terra ſemidiametrorum terreſtrium mediocrium 60., ſive hexapedarum Pariſienſium 196382100000, in ratione reciproca maſſarum 1000, & 55574 dividatur. Erit enim diſtantia Lunae ab eo centro hexapedarum 192910857, & terrae diſtantia 3471243.

Quod ſi fiat ut diſtantia terrae a Sole 7200670000 Pariſienſium hexapedarum ad diſtantiam 3471243, ita ſinus totus ad quartum numerum 4. 8; prodibit angulus maximae elongationis terrae a communi centro 10″ circiter, adeoque terra in prima quadratura ſecundis decem centrum ipſum antecedet, & totidem ſubſequetur in altera quadratura Lunae, & differentia locorum omnis ad tertiam partem unius minuti aſcendet. Et, quia hic terrae motus in eodem plano ſimul cum Luna abſolvi debet, inclinato ad Eclipticam 5° 8′ circiter, ſi fiat ſinus totus ad ſinum 5° 8′, ſive 10000000 : 894738 = 3471142 : 310585, tot fere hexapedis centrum terrae aberrare poterit a plano immobili, quod per Solem, & centrum gravitatis terrae, & Lunae tranſit. Si fiat denique 72006770000 : 310585 = 100000 : 0. 43, praeſto erit terram ab eodem plano 53″ circiter deflectere hinc inde poſſe;

posse: Quae quantitas nimis exigua censenda est, quam ut sensibilem variationem inclinationis Eclipticae ad Aequatorem aliquando gignat.

CAPVT IX.

De obliquitate Eclipticae.

CVm igitur variationes, quae aut ex motu terrae circa Lunam concepto, aut ex regreſſione nodorum oriri poſſunt, exiguae ſint, & ſtatis temporibus accurate redeant, nutatio autem illa, quae ad $18''$ aliquando aſcendit, una revolutione nodorum Lunae abſolvatur, nulla omnino cauſſa eſſe poterit, quae inclinationem Eclipticae, & Aequatoris maiorem, minoremve in dies faciat: Neque enim aliquem nunc temporis eſſe arbitror, qui vorticibus Carteſianis caeleſtium corporum circa Solem deferendorum munus aſſignare velit, & ex diverſo motu, & reſiſtentia aetherei fluidi, inclinationis eiusdem viciſſitudines derivare. Hanc, quam Cl. Alembertius vocavit, *la cauſe déſeſperée des tourbillons de Des Cartes*, innumeris graviſſimiſque difficultatibus premi undique omnes norunt, atque eo potiſſimum refelli, quod quibuſcumque motibus, atque impulſionibus ab initio receptis, fluida ad ſtatum permanentiae demum reduci debeant. Certus autem, ac ſtabilis fluidi in orbem moti ſtatus, & conſtitutio non poteſt eſſe, niſi angularis motus & periodicum tempus in particulis ſingulis ſit idem, quo contiguorum ſtratorum frictio, & motus acceleratio, aut retardatio impediatur. Hoc ipſo abrepti a vorticibus planetae revolutionum ſuarum tempora, neque, ut fert prop.

52. lib. 2. Princip. Mathem. Nevvtoni, in ratione duplicata diſtantiae a centro haberent, neque in ſeſquiplicata, ut contendebat Bernoullius in novis cogitationibus de Carteſiano ſyſtemate, ſed omnino in ratione aequalitatis.

Hoc argumentum, quo Carteſianos vortices, deferendis planetis impares, e coelo eliminavit Alembertius, eam quoque Bouguerii hypoteſim evertit, qua inclinationes varias planetarum ad immobile planum Eclipticae, inclinationumque viciſſitudines deducebat ex aetherearum partium ad permanentem ſtatum tendentium diverſo motu. Vide ſecundam partem diſſertationis, quae anno 1734 ad Regiam Pariſienſem ſcientiarum Academiam miſſa eſt. Idem adverſus Ioannem Bernoullium locum habet: Quamvis in ſua caeleſti Phyſica ingenioſiſſimus Geometra, vi reſiſtendi adempta Solari vortici, dumtaxat illam tribuerit, qua directionem motus in ſingulis planetis variare poſſit. Siquidem motus directio variari nequit, niſi motu alio lateraliter impreſſo, qui ad motum totalem corporis datam rationem habeat: Quo poſito aethereum fluidum, aut directionem motus minime afficiet, aut afficiet etiam ipſius motus quantitatem, & eodem periodico tempore ſecum planetas omnes deferet circa Solem. Neque tamen opus eſt pluribus opinionem illam refellere, quae in centro planetarum omnium neſcio quos ignes poſitos ſupponit, & hypotheſi terrae oblungatae innititur, ut idem Bernoullius explicat §. 79., 80., 87.

Ob

Ob eamdem rationem Atmoſphaera Solis non poterit ſingulorum Planetarum orbitas ad Aequatoris Solaris planum diverſimode, ut cenſuit Daniel Bernoullius, inclinare, niſi etiam motus ipſos acceleret, aut retardet. Accedit ex ipſius calculo Atmoſphaeram in regionibus Terrae, & Martis eſſe denſiſſimam, rariſſimamque in regionibus Mercurii, & Saturni: Neque illic tamen eſſe maximam, & hic minimam orbitarum inclinationem. Nihil igitur eſt, quod Eclipticae obliquitatem imminuat ſucceſſu temporis, & niſi velimus aliquid ſine cauſa in natura fieri, conſtans, atque immutabilis obliquitas eadem cenſenda eſt. Obſervationibus etiam Aſtronomicis nulla imminutio, ut mihi quidem videtur, deprehenſa eſt. Quae in ipſa veluti Aſtronomiae infantia inſtitutae ſunt, & quibus Solſtitialis, ac Meridiana Solis declinatio altiſſimorum gnomonum, & armillarum ope a veteribus determinata eſt, ſi cum Ricciolio, Aſtron. Reform. cap. *6.* §. 4., corrigantur, &, refractionum ratione habita, error Eratoſthenis, quem Hipparchus, & Ptolemaeus retinuerant, emendetur, obliquitatem Eclipticae 23° cum dimidio exhibebunt, qualis ab eodem Ricciolio anno *1655.* Bononiae ſimili methodo inventa eſt. Gaſſendus inſuper anno *1636* Solſtitialem umbram Maſſiliae eiusdem longitudinis invenit, cuius Pytheas annis fere bis mille ante. Quod ex Herodoto, & vetuſtiſſima Aegyptiorum traditione in contrarium nonnulli afferunt, iis ſolum difficultatem faciet, qui neſciunt quot fabellas Herodotus ex incertis

alio-

aliorum relationibus, & vulgi fama recensuerit.

Observationes aliae, quae post magnorum Quadrantium, Telescopiorum, & Dioptrarum usum institutae sunt, conveniunt inter se invicem: Vbi saltem correctiones addantur omnes, atque eae potissimum, quae ex vario nodorum Lunae aspectu pendent. Revocandum enim est in memoriam, quod sexto superiori capite non solum indicavimus, verum etiam derivavimus ex suis caussis, circa lineam lineae nodorum perpendicularem polos Eclipticae moveri semper, & annis 18, ac 7 mensibus, duos circulos describere, quorum radius est fere 9″: Quo iam media Eclipticae obliquitas habebitur per prima Cancri, & Capricorni puncta transeunte linea nodorum: Maxima vero, & minima prodibit, quando nodus ascendens Lunae erit in primis punctis Arietis, & Librae. Generaliter, si fiat ut sinus totus ad cosinum distantiae nodi ascendentis Lunae ab initio Arietis, ita 9″ ad quartum numerum proportionalem, obtinebitur aequatio, quae ad eruendam obliquitatem mediam Eclipticae, obliquitati quolibet anno observatae, addenda, aut subtrahenda erit: Addenda quidem in signis aestivis, aut Autumnalibus, & in vernis, aut hyemalibus subtrahenda.

Hoc posito ad rem nostram veniamus. Hevelius quadrante suo Azimuthali cuius radius erat quinque, & amplius pedum, Dantisci, anno 1653, cum nodus ascendens Lunae esset circa 20° Piscium, altitudinem maxi-

ximam ſolſtitialem Solis deprehendit 59° 6′ 10″, ſive 59° 6′ 40″, refractionem 35″ addendo, & ſubtrahendo parallaxim 5″: Quod ſi igitur ex Pariſienſibus Ephemeridibus Dantiſci latitudinem ſtatuamus 54° 22′, & altitudinem Aequatoris 35° 38′, habebimus obſervatam Dantiſci Eclipticae obliquitatem 23° 28′ 40″, & obliquitatem mediam 23° 28′ 31″ circiter. Flamſteedius etiam menſe Iunio anni 1691 altitudinem meridianam limbi Solis ſuperioris deprehendit 27° 45′ 30″, vel 27° 45′ 35″: Limbi vero inferioris 28° 16′ 55″, vel 28° 17′: Quarum altitudinum ſumma 56° 2′ 25″, vel 56° 2′ 35″, aut, medium Arithmeticum ſumendo, 56° 2′ 30″, bifariam diviſa, altitudinem centri Solaris dabit 28° 1′ 15″, & erroribus inſtrumenti correctis 27° 59′ 10″, & parallaxi demum, ac refractionibus ſupputatis 27° 59′ 37″. Quia igitur in Grenovicienſi obſervatorio Aequatoris diſtantia a vertice eſt 51° 28′ 30″, erit obſervata Eclipticae obliquitas 23° 28′ 53″: Atque ob ſimilem poſitionem nodorum Lunae 8″ ſubtrahendo, fiet obliquitas media 23° 28′ 45″. Ex ſolis poſterioribus obſervationibus evaderet 23° 28′ 42″. Ex obſervationibus etiam Richerii, anno 1673, ope octantis ſex pedum, dioptris Teleſcopicis inſtructi, in Cayenna inſula inſtitutis, Cl. Bouguerius Eclipticae obliquitatem determinavit 23° 28′ 48″. Erat autem tunc temporis nodus aſcendens Lunae circa 10° Aquarii: Vnde 6″ tollendo media Eclipticae obliquitas adhuc prodiret 23° 28′ 42″.

Ipſe vero Bouguerius, cum in poſtremo

anni

anni 1736 Solstitio, & primo anni 1737, instrumento 12 pedum, in Quitensi urbe, Eclipticae obliquitati observandae, incredibili diligentia, operam daret, eam deprehendit 23° 28′ 28″. Vide quintam sectionem operis de Figura Terrae. Cum itaque initio anni 1737 nodus ascendens circa 20° Virginis reperiretur; statui poterit media Eclipticae obliquitas 23° 28′ 37″. Anno etiam 1749 Bononiae observata est 23° 28′ 29″, cum linea nodorum Lunae per puncta fere Solstitialia transiret, & nulla observationis correctione opus esset.

Hoc eodem anno 1756. cum nodus ascendens Lunae reversus esset ad signum Virginis, ea Eclipticae obliquitas Pisis prodiit, quae anno 1737. in Peruvia inventa est. En Meridianas Solis altitudines, quas Mense Iunio, in Pisana Specula, Quadrante Anglicano sex pedum circiter, deprehendit Thomas Perellius, homo in rebus Astronomicis, quas publice in Academia profitetur, & universa Mathesi, atque omni eruditionis genere versatissimus. Diligentiae in suis observationibus adhibitae me quoque testem habere voluit. Quadrans in plano Meridiani accuratissime erat positum, & ex utroque limbi margine ita in partes divisum, ut divisionum dissensus omnis numquam 2″ maior esset, ac saepe nullus. Linea perpendiculi a prima divisione aberrabat constanti angulo 1′ 8″. Fila exactissime in foco lentis collocata erant, & cum angulum 10″ circiter subtenderent, nos vero distantiam Solis a vertice metiremur, horizontali filo extre-

tremum discum tangente, & aliquando etiam secante; observatae Solis distantiae aliquando adiecimus, & aliquando detraximus 5″. Apparentes Solis diametros ex Ephemeridibus Bononiensibus supputavimus, quoniam Cl. Monnierii, aliorumque Astronomorum observationibus magis conformes visae sunt.

Die 2. Iunii anni 1756.

Distantia limbi septentrionalis a vertice	21° 9′ 28″
Refractio addenda	22″
Semidiameter apparens Solis	15′ 52″
Distantia centri Solis	21° 25′ 42″
Parallaxis demenda	3″
Distantia correcta	21° 25′ 39″
Latitudo Observatorii	43° 43′ 1″
Declinatio Solis	22° 17′ 22″
Ex Ephemeridibus Parisiensibus	22° 17′ 13″
Ex Bononiensibus	22° 18′

Die 3.

Distantia limbi a vertice	21° 2′ 8″
Distantia correcta centri	21° 18′ 19″
Declinatio Solis	22° 24′ 42″
Ex Ephemeridibus Parisiensibus	22° 24′ 33″
Ex Bononiensibus	22° 25′

Die 5.

Distantia limbi a vertice	20° 48′ 39″
Distantia correcta centri	21° 4′ 50″

De-

Declinatio Solis	22° 38′ 11″
Ex Ephemeridibus Parisiensibus	22° 38′ 8″
Ex Bononiensibus	22° 38′.

Die 10.

Distantia limbi a vertice	20° 21′ 41″
Refractio addenda	21″
Semidiameter Solis	15′ 51″
Distantia centri Solis	20° 37′ 53″
Parallaxis demenda	3″
Distantia correcta	20° 37′ 50″
Declinatio Solis	23° 5′ 11″
Ex Ephemeridibus Parisiensibus	23° 5′ 1″
Ex Bononiensibus	23° 5′

Die 11. *Observatio dubia.*

Distantia limbi a vertice	20° 17′ 20″
Distantia correcta centri	20° 33′ 29″
Declinatio Solis	23° 9′ 32″
Ex Ephemeridibus Parisiensibus	23° 9′ 11″
Ex Bononiensibus	23° 10′

Die 12.

Distantia limbi a vertice	20° 13′ 40″
Distantia correcta centri	20° 29′ 49″
Declinatio Solis	23° 13′ 12″
Ex Ephemeridibus Parisiensibus	23° 12′ 57″
Ex Bononiensibus	23° 14′.

Die 13.

Diſtantia limbi a vertice	20° 10′ 26″
Diſtantia correcta centri	20° 26′ 35″
Declinatio Solis	23° 16′ 26″
Ex Ephemeridibus Pariſienſibus	23° 16′ 18″
Ex Bononienſibus	23° 17′.

Die 14.

Diſtantia limbi a vertice	20° 7′ 34″
Diſtantia correcta centri	20° 23′ 43″
Declinatio Solis	23° 19′ 18″
Ex Ephemeridibus Pariſienſibus	23° 19′ 16″
Ex Bononienſibus	23° 20′.

Die 15. *Cælo nubilo.*

Diſtantia limbi a vertice	20° 5′ 4″
Diſtantia correcta centri	20° 21′ 13″
Declinatio Solis	23° 21′ 48″
Ex Ephemeridibus Pariſienſibus	23° 21′ 48″
Ex Bononienſibus	23° 22′.

Die 17.

Diſtantia limbi a vertice	20° 1′ 10″
Refractio addenda	21″
Semidiameter Solis	15′ 50″
Diſtantia centri	20° 17′ 21″
Parallaxis demenda	3″
Diſtantia correcta	20° 17′ 18″
Declinatio Solis	23° 25′ 43″

Ex

Ex Ephemeridibus Pariſienſibus	23° 25′ 37″
Ex Bononienſibus	23° 20′

Die 18.

Diſtantia limbi a vertice	19° 59′ 46″
Diſtantia correcta centri	20° 15′ 54″
Declinatio Solis	23° 27′ 7″
Ex Ephemeridibus Pariſienſibus	23° 26′ 56″
Ex Bononienſibus	23° 27′

Die 19.

Diſtantia limbi a vertice	19° 59′ 2″
Diſtantia correcta centri	20° 15′ 10″
Declinatio Solis	23° 27′ 51″
Ex Ephemeridibus Pariſienſibus	23° 27′ 49″
Ex Bononienſibus	23° 28′.

Die 20.

Diſtantia limbi a vertice	19° 58′ 29″
Diſtantia correcta centri	20° 14′ 37″
Declinatio Solis	23° 28′ 24″
Ex Ephemeridibus Pariſienſibus	23° 28′ 17″
Ex Bononienſibus	23° 29′

Die 21.

Diſtantia limbi a vertice	19° 58′ 26″
Diſtantia correcta centri	20° 14′ 34″
Declinatio Solis	23° 28′ 27″

Contigit autem Solſtitium hora circiter nona ante meridiem.

Die 22.

Diſtantia limbi a vertice	$19^{\circ}\ 58'\ 58''$
Diſtantia correcta centri	$20^{\circ}\ 14'\ 56''$
Declinatio Solis	$23^{\circ}\ 28'\ 5''$

Obſervationes dierum 20, 21, & dierum 21, 22 inter ſe conferendo, maxima Solis declinatio, & Eclipticae obliquitas ſimiliter deprehenditur $23^{\circ}\ 28.'\ 28''\frac{2}{3}$. Ita antiquiores obſervationes non magis a recentioribus diſſidebunt, quam inter ſe invicem diſcrepent, diſſenſuſque omnis longe erit minor, quam qui eiuſdem obliquitatis imminutionem aliquam ſine cauſſa, & ratione factam fuiſſe indicet.

CA-

CAPVT X.

De attractione Sphaeroidum homogenearum.

MEthodum inveniendi attractionem, gravitatemque corpusculi alicuius, in aequatore, & polis homogeneae sphaeroidis positi primus omnium docuit Nevvtonus in suis Principiis Mathematicis In tractatu de fluxu, & refluxu maris, qui a Regia Parisiensi Scientiarum Academia anno 1740 praemium obtinuit, aliam dedit Daniel Bernoullius. Mac-Laurinus universalia theoremata exhibuit, quibus gravitas in loco quolibet cuiuscumque sphaeroidis inveniri potest. Ea demonstravit elegantissime D. Clairaut de theoria figurae terrestris scribens. In Transactionibus Philosophcis anni 1753 nova theoremata exposuit Cl. Murdock, quae tamen Shortio animadvertente, cum Mac-Laurinianis illis satis conveniunt. Ego, qui primum de figura, & magnitudine telluris nostrae cum scriberem, iisdem quoque usus fueram, postmodum inveni aliud; quo indeterminati segmenti attractio in sphaeroide quavis proxime accedente ad Sphaeram definitur. Quoniam determinandis iis variationibus, quae in terra nostra ex fluxu, & refluxu maris oriri possunt, aditum veluti, ac viam sternet, en illud.

Esto AGCL, fig. 4., sectio per Aequatorem, & polos sphaeroidis oblatae Plano traducto facta, semiaxis minor sphaeroidis B C fiat = N, semidiameter aequatoris B G =

N + B. Esto insuper B E semidiameter alia quaevis transversa, B H semidiameter coniugata, & abscissa P E vocetur x, quaeque ex E in B G normalis ducitur E O vocetur z: Tum planis aliis quibuslibet per diametrum E I ductis, & diametro H M parallellis secetur sphaerois in totidem Ellipses similes, ut ex Conicis notum est, quaeque insuper plano AGCL rectae sint. Ellipseos in P sectae semiaxis minor P F erit $= \frac{HB. (EP. IP)^{\frac{1}{2}}}{BE}$, maior semiaxis $= \frac{BG. (EP. IP)^{\frac{1}{2}}}{BE}$. Quod si igitur sphaerois a sphaera, & Ellipsis a circulo parum abludat, Ellipseos attractio eadem censeri poterit, quae circuli aequalis areae, & centro P, atque in plano transeunte per P, descripti. Circuli huius radius R erit $=$

$\frac{(BG. HB)^{\frac{1}{2}} (IP. PE)^{\frac{1}{2}}}{BE}$, &, per propos. 90. lib. 1. Principiorum Mathematicorum Newtoni, erit attractio circuli, sive iam dictae Ellipseos ut $1 - \frac{PE}{(R^2 + PE^2)^{\frac{1}{2}}}$

sive ut $1 - \frac{PE. BE}{(BG. HB. IP. PE + PE^2. BE^2)^{\frac{1}{2}}}$

Porro, ob affinitatem sphaerae, & sphaeroidis, circuli, & ellipseos, cum possint negligi quadraticae omnes, & plusquam quadraticae ipsius B potestates fiet

BE

$BE = N + B - \frac{Bz^2}{N^2}$

$HB = N + \frac{Bz^2}{N^2}$

$IP = 2N + 2B - x - \frac{2Bz^2}{N^2}$,

& totius circuli attractio evadet

$$\frac{1 - Nx - Bx + \frac{Bxz^2}{N^2}}{\left(2N^3x + 4N^2Bx + NBx^2 - \frac{3Bz^2x^2}{N}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{1 - Nx - Bx + \frac{Bxz^2}{N^2}}{(N+B)(2Nx)^{\frac{1}{2}} + \frac{(N^2Bx - 3Bxz^2)}{4N^3}(2Nx)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= 1 - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{(2N)^{\frac{1}{2}}} + \frac{Bz^2x^{\frac{1}{2}}}{N^3(2N)^{\frac{1}{2}}} + \frac{Bx^{\frac{3}{2}}}{4N^2(2N)^{\frac{1}{2}}} - \frac{3Bz^2x^{\frac{3}{2}}}{4N^4(2N)^{\frac{1}{2}}}$$

Quare ad fluentem veniendo erit attractio segmenti sphaeroidici indeterminatae altitudinis EP ut

$$x - \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3(2N)^{\frac{1}{2}}} + \frac{Bx^{\frac{5}{2}}}{10N^2.(2N)^{\frac{1}{2}}} + \frac{2Bz^2x^{\frac{3}{2}}}{3N^3.(2N)^{\frac{1}{2}}} - \frac{3Bz^2x^{\frac{3}{2}}}{10N^4.(2N)^{\frac{1}{2}}}:$$

Et pro EP, sive x substituendo EI, sive $2N + 2B - \frac{2Bz^2}{N^2}$, & erit attractio totius sphaeroidis nostrae ut

$\frac{2}{3}N + \frac{2}{5}B + \frac{2Bz^2}{15N}$,

prorsus ut ope Mac-Lauriniani theorematis in-

veneram cap. 6. de Telluris Figura, & Magnitudine.

Sphaeroidis attractio in aequatore fiet $\frac{2}{3}N + \frac{2}{5}B$, in polis $\frac{2}{3}N + \frac{8}{15}B$. Quod si quantitas B negativa evadat, hoc est loco sphaeroidis circa polos compressae proponatur sphaerois oblunga semiaxis maioris N, & minoris N—B, erit attractio in aequatore ipsius $\frac{2}{3}N - \frac{2}{5}B$, in polo $\frac{2}{3}N - \frac{8}{15}B$, in loco alio quolibet $\frac{2}{3}N - \frac{2}{5}B - \frac{2Bz^2}{15N}$. Et si oblunga alia sphaerois proponatur, cuius maior semiaxis sit N + B, differentia maioris, & minoris B, seu quae eosdem semiaxes habeat cum oblata illa, quam in medium attulimus primo loco, erit attractio in aequatore $\frac{2}{3}N + \frac{2}{3}B - \frac{2}{5}B = \frac{2}{3}N + \frac{4}{15}B$, & in polo ut $\frac{2}{3}N + \frac{2}{3}B - \frac{8}{15}B = \frac{2}{3}N + \frac{2}{15}B$: Quae omnia cum iis conveniunt, quae iam Daniel Bernoullius in dissertatione de fluxu, & refluxu maris tradiderat.

His autem positis cum sphaerae circumscriptae attractio $\frac{2}{3}N + \frac{2}{3}B$ sit ad $\frac{2}{3}N + \frac{2}{5}B$, ut $\frac{2}{3}N + \frac{2}{5}B$ ad $\frac{2}{3}N + \frac{2}{15}B$, in aequatore sphaerodis oblatae attractio erit media proportionalis attractiones inter exercitas in superficie sphaerae circumscriptae, & in polo sphaeroidis oblungae eorumdem cum oblata se-

semiaxium. Nec tamen erunt attractiones sphaerae, sphaeroidis compressae, & oblungae in ratione continua axis maioris sphaeroidis ad minorem, sive in ratione continua quantitatis materiae: Quod Nevvtonus asserere visus est in prop. 19. lib. 3. Principiorum. En ipsius verba. *Est autem gravitas in loco A in terram, fig. 5., media proportionalis inter gravitates in dictam sphaeroidem, & sphaeram: Propterea quod sphaera minuendo diametrum P Q in ratione* 101 *ad* 100, *vertitur in figuram terrae, & haec figura diminuendo in eadem ratione diametrum tertiam, quae diametris duabus A B, P Q perpendicularis est vertitur in dictam sphaeroidem; & gravitas in A, in casu utroque, diminuitur in eadem ratione quam proxime*. Hunc porro Nevvtoni errorem cap. 6. dissertationis de figura terrae a me adnotatum, in Transactionibus Philosophicis anni 1753 excusare voluerunt celeberrimi Murdock, & Short. Putarunt enim ea verba *in eadem ratione quam proxime* debere intelligi de rationis continuitate, non de identitate cum rationibus prioribus. At si Grammaticae, & Syntaxeos regulis standum sit, posterior ratio cum priori eadem debet esse, nimirum 101 : 100. Si demonstrationis vim perpendamus, tota, ut eam proposuerat Nevvtonus, ac nitidius explicaverant Nevvtoni Interpretes num. 80. lib. 3., & ipse Short exornaverat, tota inquam huc redit; quod abeunte in sphaeroidem oblatam sphaera, & oblata in oblungam sphaeroidem, deficiant attractiones in eadem ratione, in qua materiae simi-

ſimiliter utrobique poſitae quantitas imminuitur. Materies autem imminuitur in ratione axium. In eadem ergo ratione iuxta Nevvtonum imminui debent totae attractiones. Quae quidem omnia candide, ut ſentio, & veritatis dumtaxat ſtudio a me prolata ingenioſiſſimos homines, humaniſſimoſque benigne excepturos eſſe confido.

CA-

CAPVT XI.

De variationibus ortis ex fluxu Maris.

Actione Solis, & Lunae in terram agitari terreſtria fluida, & huc, atque illuc mare, & Atmoſphaeram impelli neceſſum erit. Terrae totius fluidae, & quieſcentis figuram eam eſſe voluit Cl. Eulerus, num. 35. diſſertationis ſuae de fluxu, & refluxu maris, quae gignitur revolutione curvae alicuius tertii generis $d\,M\,a\,e\,b$, fig. 6., in qua facta $MC = z$, coſinu anguli $MCA = u$, vi abſoluta Lunae, aut Solis in loco S exiſtentis $= S$, diſtantia $SC = a$, aequatio eſt $z = c + \frac{3\,S\,c^2 u^2}{2\,a^3} + \frac{S\,c^3 u\,(s\,u^2 - 3)}{2\,a^4}$.

Numero etiam 39. ulterius progreſſus vir ingenioſus aquarum elevationem vi Solis habitam fecit $= \frac{S}{a^3} = 0.5072$ unius pedis, pluſquam tripla nimirum minorem ea, quam ante Eulerum Nevvtonus in Cor. prop. 36 lib. 3. Principiorum determinaverat. Qua vero methodo ad aequationem illam ſine ſeparatione indeterminatarum pervenerit ignotum eſt. Plane ſi pondus corporum in ſuperficie telluris ſphaericae vocetur P, ac fiat $Ca = 1$, $Cd = Q$, $CP = x$, $PM = y$, ex iisdem Euleri principiis erit pondus in alio quolibet loco $M = P + \frac{S\,(y^2 - 2\,x^2)}{a^3\,(x^2 + y^2)^{1:2}}$, in $a = P - \frac{2\,S}{a^3}$ in $d = P + \frac{S}{a^3}$: Et quia columnae omnes in

cen-

centro terrae coeuntes aequilibrari debent interſe invicem, habebitur

$$P + \frac{S\,(y^2 - 2x^2)}{a^3\,(x^2 + y^2)^{1:2}} : P - \frac{2S}{a^3} = 1 : (y^2 + x^2)^{1:2}$$

$$y^2 : 1 - x^2 = P^2 - \frac{4PS}{a^3} : P^2 + \frac{2PS}{a^3} = Q^2 : 1,$$

quae eſt aequatio ad Ellipſim Conicam. Ad eruendam axium differentiam, fiat $1 : Q = P + \frac{S}{a^3} : P - \frac{2S}{a^3}$.

Tum, quia facta CD $= r$, ob eamdem ſoliditatem telluris ſphaericae, & ſphaeroidicae prodit, $1 = r + \frac{2}{3}(1 - Q)$, emerget

$$1 - Q : r + \frac{2}{3}(1 - Q) = \frac{3S}{a^3} : P + \frac{S}{a^3}$$

$$1 - Q : r = \frac{3S}{a^3} : P - \frac{S}{a^3}.$$

ubi valor ipſius $1 - Q$ pluſquam triplo maior eſt eo, quem Eulerus exhibuerat.

Nos ut quam proxime definiamus figuram maris, quod circumquaque, & ad modicam altitudinem, circulariter motam terram, & ex circulari motu, & legibus gravitatis, ſphaeroidis oblatae formam praeſeferentem operire intelligatur, retineamus, quod ſuperiori capite dictum eſt, gravitatem in loco quolibet telluris noſtrae eſſe $\frac{2}{3} N + \frac{2}{5} B + \frac{2 B z^2}{15 N^2}$, hoc eſt pergendo ab Aequatore ad Polos, fig. 4, augeri in duplicata ratione applicatarum EO. Attractionis terreſtris vi in particulis ſingulis vis centrifuga accedet, quae cum proportionalis ſit ipſis EN, qua parte contra gravitatem aget, in duplicata ratione earumdem

ap-

applicatarum pergendo ad Polos deficiet. Addentur inſuper ex Luminarium actione vires 3 EN, & EB, de quibus idipſum valet: Atque ita aggregatum virium habebitur, quod accedendo ad polos augebitur in duplicata applicatarum ratione. Quare in ſuperficie terrae QTK, fig. 7. fluido illo cooperta, incrementa ponderum, & altitudinum BQ, BT ſupra centrum B differentiae ST proportionales erunt quadratis reſpondentium TO, hoc eſt ſectio eadem QTK erit Elliptica. Erit enim RT ut $\frac{ST.TB}{TO}$, & TB ut $\frac{TO.BS}{RO}$, adeoque RT ut $\frac{ST.BS}{RO}$, ſive ut TO; hoc eſt TO erit ut RO, ſive ut $(QO.OK)^{\frac{1}{2}}$.

Pari ratione per ipſam diametrum Aequatoris QK, quae producta per centrum Solis, aut Lunae tranſit, ductis planis quibuſlibet, in terra ſolida ſecabuntur Ellipſes totidem, in quibus recedendo a puncto Q augebuntur pondera in duplicata ratione applicatarum: Adeoque ſectio exterioris fluidi erit Elliptica. Quae in Aequatoris plano erit Ellipſis maxime accedet circulo: Aliae tanto plus different a circulo, quanto maiorem angulum facient cum eodem plano: Atque ita circumpoſiti fluidi, hoc eſt maris, & Atmoſphaerae figura ea proxime cenſeri poterit, quae revolutione Elipſeos circa axem maiorem gignitur, interim dum imminuitur axis minor in duplicata circiter ratione ſinuum latitudinis. Maior axis conſtanter Luminaria verſus dirigetur, ut ſi luminaribus in M poſitis maior

ior axis ſit A C, fig. 8., iisdem ad *m* delatis tranſire debeat in *a c*, & tota ſectio, quae in plano Aequatoris iacet, A B C D in *a b c d* tranſire. In priori Luminarium poſitione aequilibrato fluido, virium omnium directio perpendicularis erit in punctis ſingulis perimetro A B C D, tum, ea aliquantulum immutata, perimetro *a b c d* perpendicularis fiet. Igitur quo in loco P prioris perimetri A B C D quae perpendicularis eſt linea P Q, ea etiam ſecat normaliter in *p* poſteriorem perimetrum *a b c d*, ibidem in Luminarium tranſlatione ſubſidere fluidum, & fluidum P *p r* verſus *a*, & verſus *c* fluidum P *p n* impelli neceſſum erit: Quod etiam in ſua diſſertatione de fluxu, & refluxu maris num. 92. Eulerus adnotaverat.

Iam vero ſi angulus M O *m* exiguus ſupponatur, arcus *r* P *n*, *r p n* proxime ad circulum accedentes ſibi etiam proxime erunt ſimiles, & una utriſque erit perpendicularis linea P Q in punctis P, & *p* aequidiſtantibus ab *r*, & *n*. Directio virium in toto fluido *r* P, dum Luminaribus ad *m* delatis perpendicularis fiet curvae *r p*, non amplius manere poterit perpendicularis curvae priori *r* P, ſed ad ipſam inclinabitur aliquantulum verſus *a*, ac per eoſdem omnino gradus virium directio in fluido reliquo *n* P *p* ad curvam *n* P inclinabitur verſus *c*. Illa inſuper fluido portio portioni huic aequalis erit quam proxime, & ſic dum prior verſus *a* fluet, ſuper aſperam ſuperficiem terrae incedendo, tantumdem motus ſecundum Luminarium directionem imprimet, quantum in adverſam partem imprimet

pars

pars posterior, & ex fluxu, ac refluxu maris, vel Atmosphaerae nec retardari diurnus motus, nec accelerari umquam poterit.

Alterum etiam ex jam dictis consequitur quod occasione data praeterire nolumus, scilicet neque in mari perpetuum fluxum ad datam partem, neque in aere ventum perpetuum ex Luminarium actione oriri posse, secus ac dixerat in sua dissertatione de generali ventorum caussa num. 39., & 41 Cl. Alembertius. Ipse autem num. 2. consideravit terram veluti globum homogeneo fluido coopertum, cuius singulae partes impellantur ad centrum vi, quae sit ut quaelibet distantiae functio, & ab axe retrahantur viribus distantiae ab eodem axe propoitionalibus: Quae quidem agentium virium lex, & hypothesis, cum iis mutationibus inquirendis idonea sit, quae in terra ex circulari motu ortum ducunt, minus recte num. 32. & sequ. determinando fluxui, & refluxui maris, & Atmosphaerae ex Luminarium actione genito accomodata censeri potest, saltem pro casu, ut notat num. 37. in quo Luna, & Sol immobiles globo immineat. Quippe in hoc etiam casu binae dumtaxat vires a Luminaribus in terram exercerentur, quarum una adiiceretur gravitati, & esset proportionalis distantiae a centro, altera terrestres particulas retraheret a plano per centrum terrae transeunte, & cui Luminaria insisterent ad perpendiculum. Prior vis proportionalis esset distantiae simplici a centro: Altera triplae distantiae ab eodem plano.

Vti-

Vtique numeris 39., & 47. retinuit Alembertius hypothesim virium proportionalium triplae distantiae a plano ipso, & singulas de more resolvendo, horizontales vires exhibuit. Sed in utroque numero Luminaris ad datum locum delati vires quasi de novo in terram advenientes spectavit. Quod cum pro primo fluxus instanti liceat facere, fluxu incaepto, marisque, aut Atmosphaerae aequilibrio habito pro novis variationibus obtinendis, quae Luna, aut Sole ad loca alia transeuntibus oriri debent, non vires totae a Luminaribus secundo in loco exercitae considerari debent, sed tantum ipsarum virium differentia ab iis, quae in primo loco exercebantur. Haec obiter dicta sint, ne cuipiam dubium adhuc maneat, quod aeris, aut aquae constanti directione motus ad plagam aliquam ea frictio in aspera telluris nostrae superficie exoriatur, qua diurnus motus accelerari, aut retardari possit.

Caeterum cum variationes plurimas non in libero dumtaxat mari, sed etiam in Atmosphaera, actione Luminarium gigni, Alembertio ultro concedam, ventum perpetuum, & Orientalem illum, qui intra Tropicos quotidie flat nonnisi ex calore Solis oriri censeo: Maxime cum Cayennae a Richerio observatum sit constantissime incipere ventum illum octavam inter, ac nonam matutinam horam, atque occidente Sole deficere. Porro cum calor Solis particulas aeris magis elasticas reddendo agat, si eas consideremus veluti elastra totidem, quae aucta vi relaxentur, in tota relaxatione, quomodocumque demum fiat, intelli-

ligemus aequales vires exerceri in contrarias partes, adeoque communem motum Atmosphaerae, & terrae ab Occidente in Orientem conceptum non perturbari. Valet idipsum de aliis motibus quibuscumque, qui in terra nostra excitentur.

CAPVT XII.

De irregularitatibus ortis ex aetheris resistentia.

PRaeter aerem hunc, quem spiramus, fluidum aliud longe subtilius extendi undique veteres, recentioresque admiserunt Philosophi. Chaldaei Zoroastrum secuti, ut Stanleius adnotavit, part. 13. sect. 1. cap. 1. aetherem in naturalium principiorum numerum adsciverunt. Indi, & Seres, quos hodierni Sinenses, & Siamenses secuti sunt, Mundum ex crassiori materia, & aetherea alia, atque activa compositum existimarunt. Aethera, & Chaos universi principia fecisse Traciae Magistrum Orpheum scribit Suidas. Anaxagoram Anaximanis discipulum, qui Anaximandri Ionicorum Sectae, Diogene Laertio teste in Proemio, fundatoris auditor fuit, immensam, fluidamque materiam in vortices disposuisse innuit Plato in Phaedone, & Clemens Alexandrinus. Pythagoram sectae Italicae patrem caelos fluidos, atque aethereos admisisse contendit Burnetius in Archaeologia. Porro ex Ionica secta, Italicaque, Socratica, & Platonica prodiere. Stoici, qui ab Anthistene, sive, ut alii volunt, Zenone Cittiaeo prodierunt, Mundum, observante Buddaeo, Historiae Philosophicae cap. 4., componi ex materia, & purissimo igne voluerunt. Nec aliud plane nisi aether erant Epicureorum atomi, & subtilis, ac globulosa Cartesianorum materies, tenuissimusque ille spiritus, quem corpora omnia crassa pervadere Newtonus suspicabatur.

Et

Et plane ſoni, qui poſt quamcumque emboli agitationem, craſſiori aere extracto, in recipiente Antliae Pneumaticae excitantur, quaeque in eodem recipiente aliqua habetur elevatio Mercurii ſatis oſtendit fluidum ſubtiliſſimum aeri ſupereſſe. Vires etiam magneticae, electricaeque, & quae ad maxima intervalla diffunditur Solaris lux idipſum probant. Publici iuris faciemus poſtmodum alia argumenta, quae huius aetheris exiſtentiam omnino vindicant, & quae modo ex integro recenſere eſſet nimis extra aleam ludere. Modo inquirendum eſt utrum circumfuſi aetheris denſitas ea ſit, quae retardationem ſenſibilem in motu annuo, aut diurno terrae, ſaltem poſt plura ſaecula, poſſit gignere. Aetheris reſiſtentiam non eſſe omnino inſenſibilem, & tempus revolutionis annuae ſucceſſive brevius fieri Eulerus exiſtimaverat: Quod plane neſcio an Aſtronomicis obſervationibus ſatis conſtet. Comparemus inter ſe veteres, recentioreſque. In primis quantumvis Tycho in Progymnaſmatis vetuſtiſſimas Hipparchi, Ptolemaei, & Albategnii obſervationes lubricas, & infidas cenſuerit, aut ſaltem Chronologiae tricis implicitas, novimus tamen anno 158 ante vulgarem Chriſti epocham Aequinoctium Autumnale Alexandriae contigiſſe die 27. Septembris, & in ipſo meridie, ut putavit Hipparchus, ſive, correctis cum Ricciolio, lib. 1. Aſtronomiae cap. 4., refractionibus, die 26, hora 20 poſt meridiem. Huiuſmodi obſervationem cum ſua Ricciolius aequinoctii Bononiae habiti anno 1655 comparans, Solarem annum determinavit 365^{d} 5^{h} 48′ 48″.

 Por-

Porro ſi cum aliis recentioribus obſervationibus, quae circa finem ſaeculi decimi quinti a Walthero inſtitutae ſunt, comparentur, prodit Solaris annus $365^{d}\ 5^{h}\ 48'\ 46\frac{1}{2}''$. Pariter comparando obſervationes die 5 Aprilis anni 1681 a Picarto captas cum propriis ſolertiſſimus de la Caille, in Monumentis Regiae Pariſienſis Scientiarum Academiae anni 1750, annum ſtatuit $365^{d}\ 5^{h}\ 48'\ 50\frac{1}{2}''$. Congruunt itaque inter ſe veteres, recentioreſque obſervationes ad quantitatem Solaris anni conſtantem, atque invariabilem exhibendam. Neque ab iis diſſentiunt aliae aliorum Aſtronomorum. Tycho annum definivit $365^{d}\ 5^{h}\ 48'\ 50''$. Keplerus $365^{d}\ 5^{h}\ 48'\ 57''$. Flamſtedius, & Nevvtonus $365^{d}\ 5^{h}\ 48'\ 57\frac{1}{2}''$. Halleius $365^{d}\ 5^{h}\ 48'\ 54\frac{1}{2}''$. Caſſinus, cum in tabulis Aſtronomicis poſuiſſet annum $365^{d}\ 5^{h}\ 48'\ 52''$, ex pluribus Aequinoctiis, quae Vraniburgi, Bononiae, & Lutetiae Pariſiorum obſervaverat, deduxit medium eſſe annum inter $365^{d}\ 5^{h}\ 48'\ 47''$, & $365^{d}\ 5^{h}\ 48'\ 35''$, ſive eſſe proxime $365^{d}\ 5^{h}\ 48'\ 41''$. Quam anni determinationem tanto accuratiorem cenſuit Abbas de la Caille, quanto in tribus citatis locis certius innoteſcit poli altitudo, ex qua praeciſa Aequinoctii, & Solaris anni definitio pendet maxime. Quare cum diverſorum Aſtronomorum obſervationes, aliae quidem exceſſu, aliae fere tantumdem a ſupradictis defectu diſcrepent, corripiendi anni argumentum nullum ſupererit, &, medium inter omnes

mnes ſumendo ſtatui poterit annus ipſe 365^d 5^h $48'$ $50''$, quantum in re Aſtronomica deſiderari poteſt accuratiſſime.

Maior diſſenſio non deprehenditur niſi inter ſe comparando obſervationes ab eodem de la Caille inſtitutas anno 1749 cum aliis a Picarto habitis die 1. Aprilis anni 1669, ex quibus annus eruitur 365^d 5^h $48'$ $27\frac{1''}{2}$, 365^d 5^h $48'$ $33''$, 365^h $48'$ $30''$, 365^d 5^h $48'$ $29''$, ſeu, valorem medium aſſumendo, 365^d 5^h $48'$ $30''$ At quamdiu recentiores obſervationes non magis a veteribus diſſidebunt, quam ab aliis recentioribus diſſideant Waltheri, Picarti, & ipſius etiam de la Caille, numquam mihi oſtendet Abbas clariſſimus diſſenſum a recentioribus debere tribui inevitabilibus quibusdam operationum implicatiſſimarum erroribus, diſſenſum vero a veteribus non maiorem correpti poſt plura ſaecula Solaris anni ſufficiens indicium eſſe. Plane ubi methodum perpendamus, quo comparatis interſe invicem Aequinoctiis longo intervallo temporis diſſitis magnitudo anni determinatur, eam ita operoſam eſſe inveniemus, ut evitare errores omnes non liceat. Ducenda eſt primo Meridiana linea, tum accipienda Meridiana Solis altitudo ſupra Horizontem, correctiones parallaxeos, refractioniſque adhibendae, & correcta demum altitudo Solis cum Aequatoris elevatione conferenda eſt. Deinde ut obſervationes diverſo tempore, & diverſis in locis inſtitutae reducantur ad unum locum, locorum longitudo quaerenda eſt: Id quod ex aliis

rurſus operationibus ſatis complicatis pendet. Neque errores omnes conſimiles evitari ea Caillii methodo cenſendum eſt, qua ex differentia aſcenſionum rectarum Solis, & Procyonis diverſo tempore obſervatarum magnitudinem anni Solaris definivit. En quas ipſe exhibet differentias aſcenſionum rectarum die prima Aprilis anni 1645, & quae ſuas inter obſervationes diſſenſio ſit.

100° 37′ 36.6″.
100° 37′ 23.3″.
100° 37′ 28.7″.
100° 37′ 22.8″.
100° 37′ 20.6″.
100° 37′ 21.5″.
100° 37′ 13.7″.

Quod ſi vero contendat adhuc Aſtronomus diligentiſſimus vim fieri obſervationibus, erroreſque iuſto maiores eſſe ipſis adiudicandos, ut anni Solaris tempus a 365^d 5^h 48′ 40″ ad 365^d 5^h 48′ 50″ reducatur, quod pertinacius nolimus plane inficiari; oſtendet id reſiſtentiam aetheris in motu telluris annuo ſenſibilem demum fieri, & coarctata, quam circa Solem deſcribit, orbita periodicum revolutionis tempus brevius evadere. Videamus quaenam in motu etiam diurno inde exoriri irregularitates poſſint. Et quoniam aether tenuiſſimus omnium corporum, & terrae poros permeare debet liberrime, conſideremus particulas ſingulas ut undequaque innatantes aetheri, & nulla omnino, aut poſitionis, aut extimae ſuperficiei ratione habita, ſecus ac in fluidis craſſioribus liceat facere, reſiſten-

tiam ſupputemus ex numero particularum; & ex quadrato velocitatis. Eſto A B C E, fig. 9. telluris ſectio per axem facta, & velocitas rotationis in puncto Aequatoris A vocetur P, adeoque reſiſtentia ibidem ſit ut P^2. Erit velocitas in H ut $\frac{MH.P}{DA}$, reſiſtentia in unaquaque particula ut $\frac{MH^2.P^2}{DA^2}$, in circulari peripheria radii MH ut $\frac{p.MH^3.P^2}{DA^2}$, in toto circulo radii MH ut $p.\frac{MH^4.P^2}{4DA^2}$, in circulo radii MN ut $\frac{p.MN^4.P^2}{4DA^2}$; ſive ut $\frac{p.P^2.DA^2.}{4DE^4}(DE^2-DM^2)^2$, ſive demum ut
$\frac{p.P^2.DA^2.}{4DE^4}(DE^4-2DE^2.DM^2+DM^4)$ & reſiſtentia in ſegmento indeterminato hemiſphaeroidis ut $\frac{p.P^2.DA^2.}{4DE^4}(DE^4.DM-\frac{2}{3}DE^2.DM^3+\frac{1}{5}DM^5)$, atque in tota ſphaeroide ut $\frac{4}{15}p.P^2.DE.DA^2$.

Quod ſi velocitas terrae circa Solem motu annuo delatae vocetur Q, erit reſiſtentia, quam in motu ipſo ſimiliter patietur terra, ut quadratum velocitatis Q^2 ductum in terrae ſoliditatem $\frac{2}{3}p.DE.DA^2$, & retardatio motus annui erit ad retardationem diurni ut $\frac{2}{3}p.Q^2.DE.DA^2 : \frac{4}{15}p.P^2.DE.DA^2$, ſive ut $5Q^2 : 2P^2$. Eſt vero dimenſio orbis 365d 5h 48′ 50″ circiter abſoluti hexapeda-

darum Pariſienſium 452418535910, & ſpatium uno ſecundo minuto temporis abſolutum in motu annuo hexapedarum 14336. 58. Quare cum ambitus Aequatoris ſit 20609280, & ſpatium uno ſecundo circa terrae centrum percurſum in aequatore hexapedarum 239. 18, erit retardatio motus annui ad diurni retardationem ut $5. \overline{14336,8}^2 : 2. \overline{23918}^2$, ſive ut 1027687630482o : 1144141448, aut demum ut 8982 : 1. Quae ratio nimis magna cenſenda eſt, quam ut poſt Mundi creationem ſenſibilis retardatio in diurno motu ex aetheris reſiſtentia potuerit fieri, etiam dato quod aliqua in motu annuo facta ſit.

IN-

INDEX CAPITVM.

•*•.*.•*•.*.•*•.*.•*•

CAPVT I.

CAPVT II.

CAPVT III.

CAPVT IV.

CAPVT V.

CAPVT VI.

CAPVT VII.

CA-

CAPVT VIII.

CAPVT IX.

CAPVT X.

CAPVT XI.

CAPVT XII.

DON PAVLLVS PHILIPPVS PREMOLVS
Congreg. Cler. Regular. Sancti Paulli
Praepositus Generalis.



QVum librum, cui titulus, *De motu diurno Terrae*, a P. D. Paullo Frisio, Congregationis nostrae Presbytero Professo compositum, duo eiusdem Congregationis nostrae eruditi Viri, quibus id commisimus, accurata lectione, & gravi iudicio recognoverint, & posse in lucem edi probaverint; nos ut typis mandetur, quantum in nobis est, facultatem facimus. In quorum fidem has fieri, sigilloque nostro muniri iussimus.

Dat. Romae ex Colleg. nostro SS. Blasii, & Caroli die 24. Ian. anni 1756.

D. Paullus Philippus Premolus
Praep. Gen.

D. Carolus Bonfilius Cancell.

APPENDIX.

CVM tota dissertatio impressa esset, accepi ipsam, aut quoddam potius ipsius compendium, superiori anno, missum ad Regiam Berolinensem Scientiarum Academiam, duplex anni huius praemium obtinuisse. Iam enim anno 1752. ab Academia quaesitum fuerat: *Si le mouvement diurne de la Terre a été de tout tems de la même rapidité, ou non? Par quels moyens on peut s'en assurer? Et en cas qu'il y ait quelque inégalité, quelle en est la cause?* Cumque anno 1754 nemo propositam quaestionem, Academiae iudicio, satis enucleasset, problematis resolutio in annum 1756, duplicato praemio, delata est. Hanc autem tantam, atque insperatam dissertationis ipsius sortem, cum humanissimis iudicibus, & celeberrimae Academiae debeam, quae singulari honore studiorum meorum tenuitatem fovere dignata est, tum etiam D. Formey maxima ex parte acceptam refero, qui deleto authoris nomine, atque obsignatae schedulae inscripto, ut moris est, vetuit, ne idem esset dissertationis exitus, qui fuit alterius anno 1755 Petropolim delatae, cum vera electricitatis caussa, & theoria a Petropolitana Academia quaereretur. Respondit enim die 12. Septembris eiusdem anni Gerardus Fridericus Müller, Academiae ipsi a Secretis, & Histo-

riae professor publicus, atque ordinarius. *Recte quidem ad nos suo tempore perlata est tua, de caussa electricitatis, dissertatio, quam quidem ut ad certamen de praemio concurreret, noluisti; quod neque secundum leges Academiae potuit, quia de nomine authoris constabat. Nos autem non obstante licitum nobis fore putavimus, post dissertationem praemio condecoratam, primum illi locum decernere, in lucem simul publicam eam edituri, ut ex programmate, quod his litteris iungo addisces, &c.* Et litteris die 1. Iulii anni 1756 addidit: *Dubium non est, quin tua de caussa electricitatis dissertatio apud nos quoque praemio fuisset ornata, nisi ipse id recusasses.*

Quae quidem Lectori optimo cum aperienda esse intelligerem, observaremque de difficillimis, ac gravissimis totius caelestis Physicae capitibus hic a me agi, visum fuit etiam alia nonnulla adiicere, & quaedam dissertationis loca explanare, &, quae haberi posset, maiorem quaestionibus obscurissimis lucem affundere. In primis, cap. 4., cum sermo esset de praecessione Aequinoctiorum, statutum est eiusdem praecessionis motum non fieri circa aliquam Aequatoris diametrum: Quod Nevvtonus lem. 3. prop. 39. lib. 3. Principiorum Mathematicorum censuerat. Cum enim stellae fixae apparenti motu parallelle ad Eclipticam moveantur, & longitudine successive aucta eamdem semper latitudinem exhibeant; ad ipsius motus apparentias servandas necesse erit, ut omnia

ter-

terrae puncta totidem circulos parallelos Eclipticae describant, adeoque terra circa axem Eclipticae torqueatur, terraeque axis duos conos, in centro obversos sibi invicem, designet. Id etiam ex indicatis Mechanicae principiis videtur sequi. Licet enim neglecta terrae vertigine, & Sole citra, aut ultra Aequatorem posito, nutatio omnis terrestris axis circa aliquam Aequatoris diametrum absolvi debeat; attamen diurni motus ratione habita, exigua quaedam circa eamdem diametrum nutatio debet fieri, qua inclinatio ad Eclipticam augeatur, minuaturve, & interim nodos suos, intersectionesque cum plano Eclipticae Aequator mutare debet. Vtrumque ex his Phaenomenis distinguere, & singillatim considerare necessum fuit. Variatio inclinationis, quae circa aliquam Aequatoris diametrum fit semper, dissertationis cap.7., ad calculum redacta est. Vt vero alterius Phaenomeni, quod unice Aequinoctiorum praecessionem constituit, habeatur ratio, considerandum est Aequatorem, immoto centro, & eadem semper servata inclinatione cum plano Eclipticae, aliis, atque aliis intersectionibus successive plano ipsi occurrere: Quod quidem quomodocumque fieri intelligatur, sine Aequatoris motu, circa axem Eclipticae concepto fieri numquam poterit.

Hanc ego ob caussam, cap.4. & 5., motum omnem praecessionis Aequinoctiorum circa Eclipticae axem haberi dixeram, ratumque omnino, atque evidens censueram, quod sine

demonstratione assumpserat Nevvtonus, Alembertius vero demonstratione indigere existimaverat: Scilicet eumdem esse mediocrem nodorum motum, in separatis Lunis, ac simul iunctis ad solidum annulum circa Aequatorem terrae componendum. Cum enim motus omnes nodorum circa unicum axem Eclipticae peragantur, se se invicem minime impedient motus mediocres, & aequabiles, sive seorsim Lunae, sive etiam simul iunctae revolutiones suas circa terrae centrum perficiant. Nihilominus si quis adhuc circa aliquam Aequatoris terrestris diametrum fieri hunc motum censeat, aeconomiam, ac legem, qua ab exteriori terra ad interiorem transit, ex eodem cap. 7. iam citato eruere, & ad calculum vocare poterit. Ita erit praecessio Aequinoctiorum in sola exteriori terra ad praecessionem terrae totius ut

$M^{\frac{5}{2}} N^{\frac{1}{2}} : M^{\frac{5}{2}} N^{\frac{1}{2}} - N^3$, sive ut 12140550: 131561, & residua Aequinoctiorum praecessio evadet decem minutorum secundorum circiter cum dimidio. Adhuc ergo problema arbitrio Lectoris solutum erit.

Capite eodem tertio motum mediocrem nodorum Lunae in orbe circulari, qui horis singulis est $8'' \, 17''' \, 38^{iv} \, 18^{v}$, & uno anno sydereo $20^\circ \, 11' \, 46''$, ad normam Machiniani theorematis corrigendo, habuimus $19^\circ \, 39' \, 33''$ pro motu vero, ac totali, quo nodi relate ad Solem annis singulis regrediuntur. Quia tamen annua Aequinoctiorum praecessio ad motum Solis proportionem sensibilem non habet, ubi

ubi aliquis concipiat Lunares nodos ſingulis momentis in locum priorem retrahi, ita ut Sol circulum omnem abſolvat, antequam perveniat ad eumdem nodum, motus mediocris annuus ſine aliis correctionibus ſtatui poterit $20^{\circ}\ 11'\ 46''$, aut $72706''$. Quo iam motus nodorum alterius Lunae, quae prope terreſtrem ſuperficiem, & in eodem plano Lunaris orbitae, unius diei ſydereae tempore, ſive $86164''$, revolvatur, evaderet quotannis

$$\frac{72706 \cdot 86164''}{2360585} = 2653''\ 51''' = 159231'''.$$

Hic autem motus, ad eruendum motum nodorum annuum alterius Lunae, quae in Aequatore terrae revolutiones ſuas perficiat, omnino minuendus eſt in ratione coſinus obliquitatis Eclipticae ad coſinum inclinationis Lunaris orbitae cum Ecliptica, ut tertio eodem capite factum fuit, non in ratione coſinus obliquitatis Eclipticae ad ſinum totum, quod minus accurate a Nevvtono in prop. 39. lib. 3. videtur factum. Nam licet in ſupputando motu mediocri nodorum Lunae, ipſius orbita cum plano Eclipticae fere coincidere intelligatur [fere enim coincidit dum inclinatur dumtaxat angulo $5^{\circ}\ 8'$], non omnino tamen coincidere intelligitur: Quo in caſu nec nodorum motus, nec nodi ulli eſſent amplius. Initio autem totius capitis oſtenſum eſt, caeteris paribus nodorum motum eſse in ratione ſimplici virium perturbatricium, ſive coſinuum inclinationis orbitae ad Eclipticam. Ita nodi illius Lunae in Aequatore terreſtri motae ſingulis annis conficient

146640''', atque in tota exteriori terra nodorum motus fiet 58556''', & annua Aequinoctiorum praecessio ex vi Solis oriunda evadet $= \frac{352224622746704 \cdot 58656'''}{278528095432746704} = 741''' =$ 12'' 21''', fere ut priori calculo a nobis statutum erat.

Quod si huic alteri approximationi quispiam velit insistere, & praecessionem totalem annuam assumat 51'', qualis ex pluribus observationibus videtur colligi, vis Solis erit ad vim Lunae ut 1 : 3. 14. Si dumtaxat $50''\frac{1}{2}$ censeatur, erit virium proportio 1 : 3. 1. quam proxime, & cap. 5. statuendum erit densitatem Solis esse ad densitatem Lunae ut 1 : 3. 4, densitatem terrae ad Lunae densitatem ut 4 : 3. 4, massam terrae ad massam Lunae ut 57. 2 : 1. Erit insuper iuxta methodum sexti capitis vis Lunae perpendiculariter ad Eclipticae planum exercita 0. 28, & motus annuus nodorum Aequatoris terrestris ex hac vi fiet 41059. 2''', in tota exteriori terra 16423. 68''', aut 985420^{iv}, in terra tota 110211^{v}. Hic motus tempore annorum 18, & mensium 7 ad 204807^{iv} ascenderet, & per maximi circuli peripheriam, ut iam diximus, distribueretur, si Lunae nodi in dato semper manerent loco, & invariabilis esset axis integrae revolutionis. At quoniam axis ipse, ut supra, variari debet, & polus Eclipticae peripheriam minoris circuli eodem tempore absolvere, erit diameter eiusdem circuli, sive axis maior Ellipseos descriptae a polo ter-

rae

rae 18'' 6''', & axis minor 16'' 37''', adhuc fere ut calculis ſuperioribus fuit erutum.

Capite autem nono proportio maſſarum Solis, & Lunae evaderet 96829304: 10, & vis acceleratrix Solis eſſet ad vim acceleratricem Lunae ut 72: 1, poſita Solis mediocri diſtantia 22000 ſemidiametrorum terreſtrium mediocrium. At cum iuxta Cl. De la Hire, aliorumque Aſtronomorum obſervationes diſtantia eadem aliquanto maior ſtatuenda ſit, adhuc ſuperior proportio 70: 1 retineri poterit. Diſtantia autem mediocris Lunae a terra ſemidiametrorum terreſtrium 196382100 ſi dividatur in ratione maſſarum 10, & 572, prodibit diſtantia terrae a centro gravitatis terrae, & Lunae 3374263, & centrum terrae hexapedis fere 301908 aberrare poterit a plano immobili, quod per Solem, & centrum gravitatis terrae, & Lunae tranſit, adeoque terra adhuc 53''' circiter ab eodem plano deflectere hinc inde poterit. Verbo, in problematis huiuſcemodi, quae ex innumeris datis Phyſicis, proportione axium terrae, periodico tempore terrae, & Lunae, inclinatione Lunaris orbitae, & Aequatoris terreſtris ad Eclipticam, motu annuo nodorum Lunae, totali quantitate annua praeceſſionis Aequinoctiorum, diſtantiis Lunae, & Solis, apparenti diametro, aliiſque eiusdem generis dependent, non niſi generales methodi exhiberi poſſunt, quas unuſquiſque iis datis, & menſuris accomodet, quas veris proximiores exiſtimat. Arbitramur autem id nos, quod operis pretium erat, in tota

dissertatione breviter, ac dilucide praestitisse.

Nonnullis etiam moram iniecit integralis quantitas $\frac{pM^{\frac{3}{2}}MG^{\frac{3}{2}}}{4MH}S\,dx\,(MH^2-x^2)^{\frac{1}{2}}$

$+\frac{px\,M^{\frac{3}{2}}MG^{\frac{3}{2}}}{12\,MH^3}(MH^2-x^2)^{\frac{3}{2}}$, quam cap. 5. exhibuimus. At si accipiatur ipsius integralis fluxio $\frac{pM^{\frac{3}{2}}MG^{\frac{3}{2}}}{4MH}dx\,(MH^2-x^2)^{\frac{1}{2}}$

$+\frac{pM^{\frac{3}{2}}MG^{\frac{3}{2}}}{12\,MH^3}dx\,(MH^2-x^2)^{\frac{3}{2}}-\frac{pM^{\frac{3}{2}}MG^{\frac{3}{2}}x^2dx}{4\,MH^3}$

$(MH^2-x^2)^{\frac{1}{2}}=\frac{pM^{\frac{3}{2}}MG^{\frac{3}{2}}dx}{4\,MH}(MH^2-x^2)^{\frac{1}{2}}$

$+\frac{pM^{\frac{3}{2}}MG^{\frac{3}{2}}}{12\,MH}dx\,(MH^2-x^2)^{\frac{1}{2}}-\frac{pM^{\frac{3}{2}}MG^{\frac{3}{2}}x^2dx}{12\,MH^3}$

$(MH^2-x^2)^{\frac{1}{2}}-\frac{pM^{\frac{3}{2}}MG^{\frac{3}{2}}x^2dx}{4\,MH^3}(MH^2-x^2)^{\frac{1}{2}}$

$=\frac{pM^{\frac{3}{2}}MG^{\frac{3}{2}}dx}{3\,MH}(MH^2-x^2)^{\frac{1}{2}}$

$-\frac{pM^{\frac{3}{2}}MG^{\frac{3}{2}}x^2dx}{3\,MH^3}(MH^2-x^2)^{\frac{1}{2}}$, habebitur differentialis quantitas, quae pag. 51. integranda proponebatur. Idem capitis septimi est calculus. Initio autem totius capitis emendandum est, quod, cum referrem Corollarium

rium tertium prop. 34. lib. 3. Princip. Mathem. Nevvtoni, neſcio quo calami lapſu excidit, ut motum nodorum medium pro motu maximo exſcriberem. Nevvtoni corollarium ita ſe habet: *Proinde in dato nodorum ſitu variatio mediocris horaria, ex qua per menſem uniformiter continuata variatio illa menſtrua generari poſſet, eſt ad* $33''\ 10'''\ 33^{iv}$, *ut &c.* Porro eſt $33''\ 10'''\ 33^{iv}$ quadruplum motus medii nodorum, qui non niſi ad $8''\ 17'''\ 38^{iv}\ 18^{v}$, aſcendit, ut a nobis ſaepius notatum eſt.

Ita variatio inclinationis orbitae, eo tempore habita, quo nodorum aſpectus pergit a ſyzigiis ad quadraturas, erit ad motum nodorum medium ut $4tr : pT$. At ſi motus mediocris annuus illius Lunae, in Aequatore terreſtri poſitae, ſtatuatur, ut ſupra, $146640'''$, & tempore $134356''\frac{1}{2}$, quo Sol a primis Arietis punctis tendit ad prima Cancri, $37461'''$, variatio inclinationis orbitae ad Eclipticam, evadet $= \frac{4\ 37461.'''\ 19917445}{314150000} = 9500'''$, in ſola exteriori terra $= 3800'''$, in terra tota $= 41'''$. Tendente Sole a Libra ad Capricornum fiet $37'''$ circiter, & $8'''$, aut $9'''$ dum Luna ab Aequatore ad Tropicos fertur. Quemadmodum enim Sol, ab Aequatore ad alterutrum polum declinando, attractione ſua in redundantem terram exercita, inclinationem Eclipticae, & Aequatoris minuit; Luna dierum circiter ſeptem ſpatio, quo recedit ab Aequatore, pro quantitate materiae, & di-

distantiae suae inclinationem eamdem minuet. Hae omnes irregularitates satis exiguae sunt, & periodicae: Statis temporibus accurate redeunt, corriguntur que: Nec sub observationes cadere aliquando possunt.

Postremo capite, aetheris resistentiam supputavimus ex massa, & ex quadrato celeritatis: Id quod nonnullis minus accurate factum videri posset, quasi vim vectis neglexerimus, quae pariter proportionalis est simplici distantiae ab axe motus. Sed observandum generatim est vires corporum vecti utcumque applicatorum esse ut productum massae, vis acceleratricis, & celeritatis, quam actu habent: Adeoque, si aut actualis celeritas, aut vis acceleratrix desit, esse ut productum massae in solam vim acceleratricem, aut in solam celeritatem. Ita in quovis pendulo composito uniuscuiusque particulae momentum aestimari solet ex massa, & quadrato distantiae a centro motus: Quia vis acceleratrix in particulis singulis, & actualis celeritas proportionalis est distantiae a centro ipso. Duo etiam corpora vecti utrimque applicata, ut sublata celeritate, & motu omni aequilibrentur, exercent vires, quae sunt ut productum masae in vim acceleratricem, sive masae in simplicem ab aequilibrii centro distantiam. In casu autem nostrò cum omnis gravitas contrariis nisibus destruatur, ad diurnum motum accelerandum, aut retardandum particulae terrestres ex gravitate incitari minime poterunt: Adeoque earum vis ex masa, & actuali celeritate aesti-

aestimanda erit, atque aetheris resistentia ex massa, & quadrato celeritatis. Haec eadem ratio fuit, propter quam cap. 4., & 7. in supputandis motibus sphaeroidum circa axem aliquem, rationem solam celeritatis habendam esse, Nevvtoniano more, existimavimus.

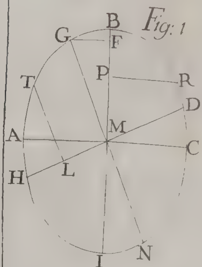
Quaestio autem omnis de quantitate diurni motus, quae a Regia Berolinensi Scientiarum Academia proponebatur, breviter huc reducitur: Observationibus Astronomicis, utrum variabilis sit, nec ne, definiri omnino non posse: Physicis vero argumentis satis ostendi, quod nulli unquam vicissitudini sit obnoxia. Principio enim cum nihil aliud sit metiri, quam invenire propositae rei rationem ad alteram eiusdem generis, quae assumitur pro unitate, quaecumque in medium producerentur mensurae veteres diurni motus, quae a mensuris aetatis nostrae utcumque discreparent, incertum semper, ac plane dubium relinquerent, utrum ipsa diurni motus celeritas, an vero terminus, ad quem veluti ad unitatem referebantur, mutatus sit. Deinde in tota Physicarum causarum, ac legum serie prorsus nulla deprehenditur, quae absolutam rapiditatem circa axem a particulis terrestribus conceptam ullo unquam modo, ac tempore possit afficere. Ex varia motus annui combinatione nec positionem, ac parallelismum axis turbari, nec accelerari, aut retardari diurnum motum, primo dissertationis capite, ex notissimis Mechanicae principiis deductum est. Attractio Lunae, & Solis accurato parallelismo axis terrestris

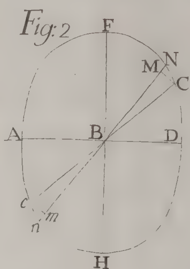
officit. Terra enim, ut capite ſecundo attigimus, ex ipſo diurno motu, & mutua, ac generali particularum omnium gravitate, Sphaeroidis circa polos compreſsae formam nanciſcitur, cuius axes, ſi interior nucleus homogeneus ſtatuatur, ſunt inter ſe, ut 229, & 230. Aliquot tantum partibus centeſimis unius lineae ab hac proportione axium, & homogeneae terrae hypotheſi diſſentiunt longitudines pendulorum eodem tempore oſcillationes ſuas abſolventium, quae diverſis in locis diligentiſsimo experimento deprehenſae ſunt. Tres ii Meridiani gradus, qui a Pariſienſibus Mathematicis, ſub Aequatore, ultra polarem circulum, & prope Pyrenaeos montes in Galliis definiti ſunt, congruunt, quantum in hiſce rebus deſiderari poteſt, accuratiſsime. Iis additur parallelli gradus, qui independenter a Meridianae lineae operationibus metitus eſt. Dimenſionum aliarum in Africa, in Italia, in Galliis, & in Anglia abſolutarum non maior diſsenſio eſt, quam quae interiacentium, & circumpoſitorum montium actioni, aut inevitabilibus, ac minimis quibusdam obſervationum operoſiſsimarum erroribus debeat tribui. Hoc poſito, Sole, & Luna hinc inde declinantibus ab Aequatore, & huic, aut illi parallello incumbentibus, binae terreſtres hemiſphaeroides, Meridionalis, & Borealis, inter ſe quidem ſimiles, ſed tamen diſsimiliter poſitae, diverſimode attrahi debent, & axis terrae modo huc, modo illuc dirigi. Ita nutatio eiusdem axis, & praeceſsio Aequino-

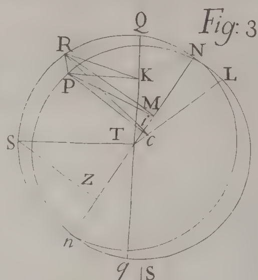
noctiorum habebitur, ut cap. 3., 4., 5., & 6. notatum est, ac terrae polus eam curvam describet, quae generatur revolutione Ellipseos centro suo in peripheria unius circuli uniformiter progredientis. Inclinatio etiam Eclipticae, & Aequatoris suis vicissitudinibus obnoxia erit, exiguis plane, & quae nunquam observationibus Astronomicis deprehendi possint, ut cap. 7., & 9. ostendimus. Nihilominus, quia si planum per polos terrae, & centrum Solis, aut Lunae traducatur, dividitur terra ipsa in duas hemisphaeroides, orientalem, occidentalemque, inter se aequales, & similes, similiterque relate ad Solem, & Lunam positas; quantum una ad Orientem trahitur, tantum trahetur altera ad Occidentem, atque, ut cap. 3. diximus, ex tractione omni nec retardari, nec accelerari poterit diurnus motus. Insuper motus periodicus, quem terra circa commune centrum gravitatis concipit, & quem cap. 8. examinavimus, non magis diurnum motum potest afficere, quam motus annuus. Neque vero ex universali, & mutua omnium corporum attractione perpetuus aliquis in mari, aut in Atmosphaera motus ad plagam aliquam oriri potest, quo absoluta celeritas diurni motus minuatur, augeaturve. Id cap. 10., & 11. ex legibus fluxus, ac refluxus erutum, & ad reliquos quoscumque motus terrestrium corporum generaliter extensum est. Illud itaque perpendendum, definiendumque nobis supererat, quod Cl. De la Caille observationibus Astronomicis determinare voluit;

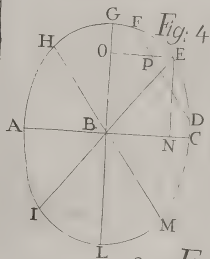
Utrum

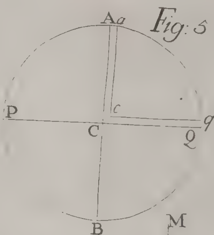
Utrum ſcilicet quantitas motus annui a vetuſtis temporibus ad aetatem noſtram decreverit. Id ſi affirmetur, cum ingenioſiſſimo Eulero concludendum erit aetherei medii reſiſtentiam eſſe ſenſibilem: Quo diurni motus invariabilitas amplius in tuto eſſe non poterit. Nos vero cap. 12. evicimus, hucuſque, nullas Aſtronomicas obſervationes ſuppetere, quae Solaris anni periodum breviorem modo eſſe indicent: Deinde inſtituto calculo eruimus nullam adhuc ſenſibilem diurni motus viciſſitudinem eſſe poſſe, etiam dato quod aliqua in motu annuo viciſſitudo huiuſmodi deprehenſa ſit. Ita univerſim probatum iri confidimus cauſam Phyſicam nullam eſſe, quae quantitatem, celeritatemque abſolutam diurni motus augeat, vel imminuat.

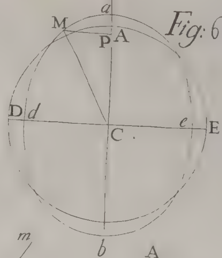

Fig: 1
B
G
F
P
R
T
D
M
A
C
H
L
I
N

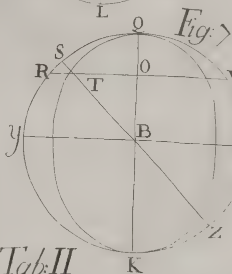

Fig: 2
F
N
M
C
A
B
D
c
m
n
H

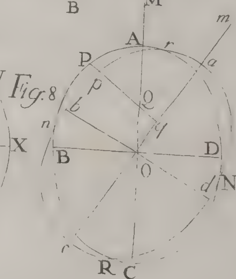

Fig: 3
Q
R
N
L
K
P
M
r
c
S
T
Z
n
q

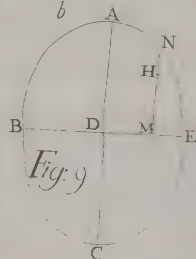

Fig: 4
G
F
H
O
E
P
D
A
B
N
C
I
M
L


Fig: 5
A a
c
P
q
C
Q
B


Fig: 6
S
a
M
P A
D d
e
E
C
b


Fig: 7
Q
S
O
R
V
T
y
B
X
Z
K

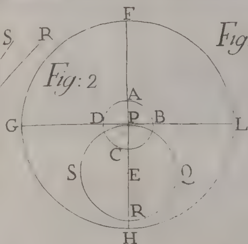

Fig: 8
M
m
A
r
P
a
p
Q
b
q
n
B
D
O
d
N
r
R
C

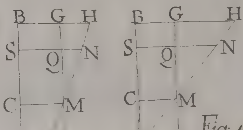

Fig: 9
A
N
H
B
D
M
E
C

Tab: II

Fig: 1







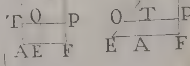
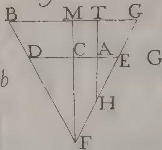
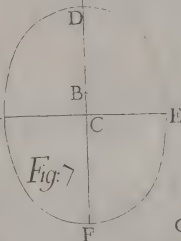
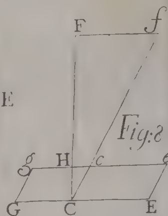
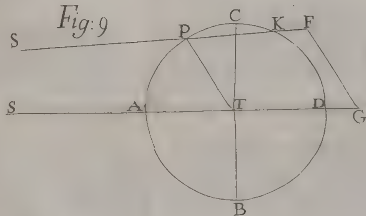


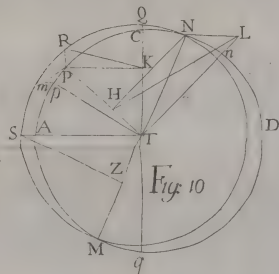
Fig: 5











Tab: I

pag.	lin.	ERRATA.	CORRIGE.
37	22	menſararum	menſurarum
38	22	ſons	ſous
51	17	ſemiaxis major	ſemiaxis minor
	20	ſemiaxis minor	ſemiax s maior
60	10	1. 28739.	0. 28739.
	16	3. 119.	3. 199.
	32	$142641^{ll}:40993.6.^{ll}$	$142641^{lll}:40993.6.^{lll}$
66	12	1997445.	199ı7445.
	29	924^{ll}.	924^{lll}.
68	19	$9^{ll}\ 2^{ll}$.	$9^{l}\ 2^{lll}$.
71	16	$12^{l}\ 44^{ll}$.	$12^{b}\ 44^{l}$.
72	10	196382100000.	196382100
	33	53^{ll}.	53^{lll}.
87	18	$3\,B\,z^2\,x.^{\frac{3}{2}}$	$3\,B\,z^2\,x^{\frac{5}{2}}$
94	9	fluido	fluidi